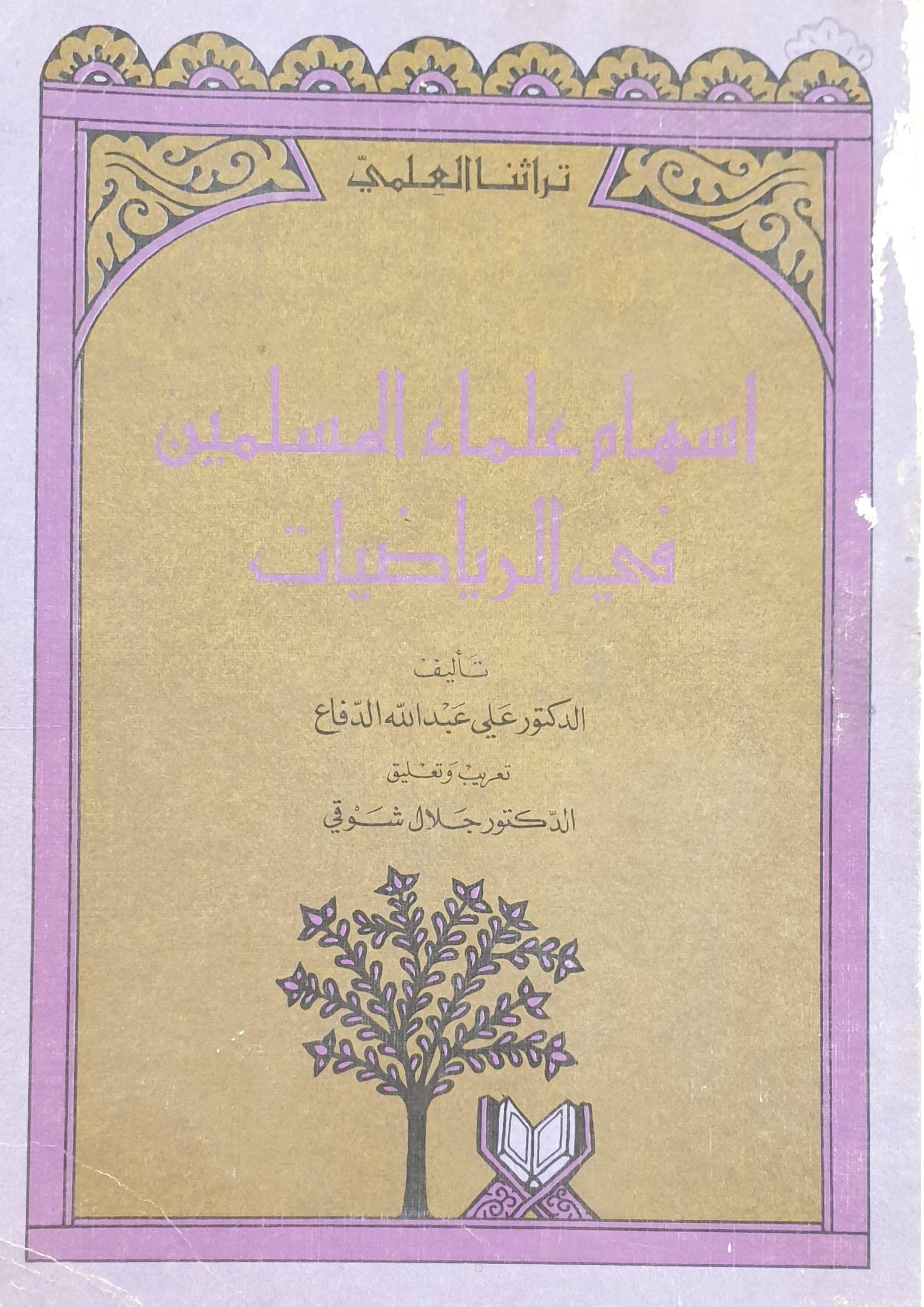

تراثنا العلمي
إسهام علماء المسلمين في الرياضيات
تأليف
الدكتور علي عبد الله الدفاع
تعريب وتعليق
الدكتور جلال شوقي

إسهام علماء المسلمين في الرياضيات

الطبعة الأولى

١٤٠١هـ - ١٩٨١م

© دار الشروق

بيروت : ص.ب: ٨٠٦٤ - هاتف : ٣١٥٨٥٩ - ٣١٥١٠١ - برقياً : داشروق - تلكس: SHOROK 20175 LE
القاهرة : ١٦ شارع جواد حسني - هاتف : ٧٥٤٣١٤ - برقياً : شروق - تلكس : 93091 SHROK UN



المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم

إدارة العلوم

إسهام علماء المسلمين في الرياضيات

تأليف

الدكتور علي عبد الله الدفاع

تعريب وتعليق

الدكتور جلال شوقي

الأستاذ بكلية الهندسة - جامعة القاهرة

دار الشروق

١٩٨١



تصـــدير

لقد سعدت أيما سعادة بمراجعة تعريب كتاب «إسهام علماء المسلمين في الرياضيات» الذى ألفه باللغة الإنجليزية الأستاذ الدكتور على عبد الله الدّفاع وعرّبه وعلق عليه الأستاذ الدكتور جلال شوقي .

ولقد كتب كثيرون من قبل عن مساهمة علماء المسلمين فى العلوم المختلفة ، ولكن مبعث غبطتى هو فيما تجلى فى هذا الكتاب من روح غير مسبوقة فى التأليف فقد جمعت حقيقة بين عمق العلم والإيمان ، فلم يكن المؤلّف مجرد سرد لتاريخ ، ولم يكن التعريب مجرد نقل من لغة إلى لغة ولكنه كان انعكاساً لفلسفة جديدة يجب أن يحتذيها المؤلفون المسلمون فى تحليل روح الإسلام كأعظم وخاتم الرسالات السماوية ، وأثر ذلك فى دفع علماء المسلمين إلى نظرة جديدة فى الكون والبيئة وعالم الحس وأسلوب البحث مما كان له أعظم الأثر فى تطور الحضارة الإنسانية .

والإسلام فاصل بين العالم القديم والعالم الحديث ، فهو من العالم القديم باعتبار مصدر رسالته ، وهو من العالم الحديث باعتبار الروح التى انطوى عليها . فللحياة فى نظره مصادر أخرى تلائم الاتجاه الجديد الذى جاء به ذلك الدين العظيم ، ومولد الإسلام هو بلا شك مولد العقل الاستدلالى .

ولقدَ بلغت النبوة فى الإسلام كمالها الأخير فى إدراك الحاجة إلى إلغاء النبوة نفسها ، وذلك لإدراكها العميق استحالة بناء الوجود معتمدًا إلى الأبد إلى مِقود يقاد منه ، وإنَّ الإنسان لكي يحصِّل كمال معرفته لنفسه ينبغي أن يُترك ليعتمد في النهاية على وسائله هو .

والإسلام أول دين ربط بين الدنيا والآخرة ، وجعل العمل فى الدنيا هو السبيل إلى الآخرة ، ولهذا ربط بين ما هو مادى وما هو روحى ، وبين الحدود وأساليب السلوك وروح البحث .

وكانت البشرية فى طفولتها بحاجة ماسَّة إلى الوحى النبوى لتزويد الناس بأحكام واختيارات وأساليب للعمل أعدت من قبل ، ولكن توالى النبوة أنضج الإنسانية إلى مستوى أشعرها بالحاجة إلى العقل الاستدلالى الذى يبدأ البحث بالمحسوس والأشياء نفسها ، لأن الإنسان جزء من البيئة التى يعيش فيها والعقل الاستدلالى هو الذى يجعل الإنسان سيدًا لبيئته ، ولذلك فإن خطواته الأولى تبدأ بالمتناهى ثم تنتهى إلى اللامتناهى «وإلى ربك المنتهى» .

لقد أخرج العالم القديم لنا مذاهب فلسفية ذات شأن عندما كان الإنسان على الفطرة الأولى نسبيًا يكاد يحكمه الإيحاء ، وكان قيام هذه المذاهب من عمل التفكير المجرد وهو لا يعدو أن يكون تنسيقًا لمعتقدات دينية غامضة وتقاليد اصطلح عليها الناس دون أن يجعل لهم سلطانًا على الواقع المحسوس .

وهذه الدعوة الإسلامية إلى عالم الحس والاستشهاد به وما اقترنت به من إدراك أن الكون متغير فى أصله ، متناه ، قابل للازدياد ، كل ذلك انتهى بمفكرى الإسلام إلى مناقضة الفكر اليونانى بعد أن أقبلوا فى باكورة حياتهم العقلية على دراسة آثاره فى شغف شديد ، ذلك لأنهم لم يفطنوا أول الأمر إلى أن روح القرآن تتعارض فى جوهرها مع هذه النظريات الفلسفية القديمة . وبما أنهم كانوا قد وثقوا بفلاسفة اليونان أقبلوا على فهم القرآن فى ضوء الفلسفة اليونانية ، وكان لا بد من إخفاقهم فى هذا السبيل لأن روح القرآن تتجلى فيها النظرة الواقعية على حين كانت الفلسفة اليونانية تفكيرًا مجردًا لا يتصل بالواقع المحسوس .

لهذا ثار علماء المسلمين على الفلسفات القديمة خصوصًا اليونانية ، وتجلت هذه الثورة بوضوح فى نقد المنطق اليونانى . ولقد كان الإشراقى وابن تيمية هما اللذان نهضا إلى نقد المنطق اليونانى نقدًا علميًا منظمًا ، ولعل أبا بكر الرازى كان أول من نقد الشكل الأول عند أرسطو واعترض عليه باعتراض جاء به فى زماننا جون ستوارت مل .

وفى كتاب «التقريب فى حدود المنطق» يؤكد ابن حزم أن الحس أصل من أصول العلم ، وابن تيمية بيّن فى كتابه المسمى «نقد المنطق» أن الاستقراء هو



الطريقة الوحيدة الموصلة للعلم . وهكذا قام المنهج التجريبى القائل بأن الملاحظة والتجريب هما أساس العلم .

إن ما يدين به العالم الحديث لروح الإسلام وما قام به علماء المسلمين ، ليس فيما قدموه من كشوف مدهشة لنظريات مبتكرة فحسب ، بل يدين العلم الحديث إلى الثقافة الإسلامية بأكثر من هذا لأنه يدين لها بوجوده نفسه كأسلوب للبحث .

وفى ميدان الرياضة يجب أن نذكر أن نصير الدين الطوسى (١٢٠١م - ١٢٧٤م) كان من أوائل من فكروا فى صعوبة البرهنة على صحة بديهية إقليدس عن الخطين المتوازيين على أساس الفراغ المدرك ، وبذلك أزال قداسة الهندسة الإقليدية التى لبثت حوالى ألف عام لا يتطرق إليها الشك .. وبدأت بعد ذلك الهندسات اللاإقليدية ، وفى محاولة الطوسى لإصلاح نظرية إقليدس أدرك ضرورة العدول عن الفراغ المدرك . وبذلك يمكن أن نقول إنه وضع أساسًا وإن كان ضعيفًا لنظرية الإحداثى الرابع وهو إحداثى الزمان .

وفكرة الدالة وهى من إضافات الفكر الإسلامى تنتهى فكرة ثبوت الكون وترى الكون لا فى حالة وجود بل فى حالة صيرورة إلى الوجود .

ستظل إضافة الخوارزمى بالانتقال من الحساب إلى الجبر خالدة فى تاريخ الفكر الإنسانى ، فلم تكن إضافة إلى علم الرياضة فقط ولكنها كانت أيضًا إضافة إلى التفكير الفلسفى عامة .

لست أريد أن أتقصى إضافات علماء المسلمين إلى العلوم الحديثة المختلفة وإنما أردت أن أظهر تقديرى للروح التى كتب بها هذا الكتاب ، وكذلك الروح التى عُرِّب بها ، وإنى لأرجو مخلصًا أن يكون هذا الكتاب باكورة مؤلفات أخرى يقدمها بنفس الروح والفكر الأستاذ الدكتور الدفاع كما أرجو أن أرى مثل هذه الإضافات للأستاذ الدكتور جلال شوقى .

ولقد أحسنت المنظمة باختيارها هذا الكتاب للترجمة والنشر ، ولعل ذيوعه بين المثقفين فى البلاد العربية سيكون له أحسن الأثر فى توجيههم اتجاهًا سليمًا نحو فهم روح الإسلام الحقيقية وأثرها الباقى فى تطوير الفكر البشرى ومزج العلم بالإيمان مزجًا حقيقيًا والله ولى التوفيق .

د . عبد العزيز السيد

القاهرة فى أول أغسطس (آب) عام ١٩٧٩ .

قام بالتعريب والتعليق على الكتاب :

الدكتور جلال شوقى أحمد شوقى رئيس قسم التصميم الميكانيكى والإنتاج بكلية الهندسة جامعة القاهرة ، وهو يشغل وظيفة أستاذ كرسى تصميم الماكينات به منذ عام ١٩٦٦ حتى الآن .

تخرّج فى كلية الهندسة جامعة القاهرة عام ١٩٤٨ ، وحصل على درجة الدكتوراه من جامعة شفيلد بانجلترا عام ١٩٥٢ ، وهو زميل مجمع المهندسين الميكانيكيين بلندن .

نشر أكثر من سبعين بحثًا علميًّا فى الدوريات العلمية بأوروبا وأمريكا واليابان ، كما اشترك فى العديد من المؤتمرات الدولية ، وله ستة كتب فى تصميم الماكينات وهندسة الإنتاج . يجيد اللغتين الإنجليزية والألمانية وله إلمام طيب باللغة الفرنسية .

حصل على جائزة الدولة فى العلوم الهندسية بجمهورية مصر العربية عام ١٩٦٢ ، كما حصل على نفس الجائزة للمرة الثانية عام ١٩٧٤ ، ومنح ثلاثة أوسمة من مصر هى وسام العلوم والفنون من الطبقة الأولى عام ١٩٦٢ ، ووسام التجارة والصناعة من الطبقة الأولى عام ١٩٦٣ ، ووسام الجمهورية عام ١٩٧٤ .

نشر مجموعة من الأبحاث والكتب فى تاريخ العلوم فى المجلات والحوليات والمؤتمرات المختصة فى الوطن العربى والعالم الإسلامى .

عن تاريخ الهندسة صدر له كتاب « عبقرية ليوناردو دافينشى فى الهندسة » عام ١٩٦٤ بالقاهرة .

وفى تاريخ العلم العربى صدر له كتاب « تراث العرب فى الميكانيكا » عام ١٩٧٣ فى القاهرة ، وله أيضًا كتاب « رياضيّات بهاء الدين العاملى » الذى أصدره معهد التراث العلمى العربى بجامعة حلب عام ١٩٧٦ .

وهو عضو اتحاد المؤرخين العرب .

اختارته جامعة قطر ليكون عميداً مؤسِّساً لكلية الهندسة بها .

مقدمة المؤلف

يقدم هذا الكتاب إسهام علماء المسلمين فى العلوم الرياضية خلال العصر الذهبى للمعارف الإسلامية الذى امتد من حوالى القرن السابع الميلادى حتى القرن الثالث عشر للميلاد ، ولقد أثّرت الثقافة الإسلامية تأثيرًا بالغ القوة فى مجالات الاقتصاد والسياسة والدين على امتداد رقعة واسعة من العالم المتحضر ، ولم تكن أعمال العلماء المسلمين قاصرة بأى حال من الأحوال على الشؤون الدينية أو المعاملات والتجارة أو إدارة الدولة ، بل إن هؤلاء العلماء قد قاموا بأبحاث مستفيضة فى العلوم النظرية والتطبيقية التى قام بها الإغريق والرومان فى عصر سابق وأضافوا إليها بوسائل حفظت ودعّمت المعارف البشرية فى هذه المجالات .

وإن كان الهدف الرئيسى من هذا الكتاب هو تتبّع تاريخ إسهام المسلمين فى الرياضيات فى فترة العصور المظلمة التى اجتاحت أوروبا ، إلا أننا قد ضمنّا الكتاب حصيلة جهد بذل فى شرح تقدّم الفكر الرياضى وآثاره المنعكسة على ثقافتنا المعاصرة . ولقد جاء ذكر عدد من علماء المسلمين فى الرياضيات نظراً لأهمية أفكارهم فى تطوّر الفكر الرياضى الحديث فى ذلك العصر السالف .

ولقد ابتكر علماء الرياضة المسلمون نظام العد العشرى الحالى وقاموا بصوغ العمليات الأساسية المتصلة به من جمع وطرح وضرب وقسمة ، ورفع لأسّ واستخراج للجذر التربيعى والجذر التكعيبى ، ولقد أدخلوا علامة «الصفر» إلى ثقافة الغرب ، الأمر الذى أدّى إلى إحداث تبسيط هائل فى علم الحساب ككل ولعملياته الأساسية . وليس من المبالغة في شيء إذا قلنا إن هذا الابتكار بالتحديد يمثل إحدى نقط التحوّل الهامة فى تطوّر الرياضيات .

ولقد قام الخوارزمى ـ مؤسس علم الجبر ـ فى القرن التاسع للميلاد بتحويل مفهوم العدد من سِمته الحسابية السابقة ككمية ثابتة إلى عنصر أو حدٍّ متغيّر فى معادلة ، ولقد وجد طريقة لحل المعادلات العامة من الدرجتين الأولى والثانية

ذوات المجهول الواحد بأساليب جبرية وهندسية على حد سواء . وإنه فضلا عن قيام علماء المسلمين بالتوصّل إلى طرق لحل المعادلات الآنية من الدرجة الأولى وحتى بعض أنواع معادلات الدرجة الثانية ، فإنهم قد وضعوا أسس حل معادلات الدرجتين الثالثة والرابعة .

وفى مجال حساب المثلثات طوّر علماء المسلمين نظرية دوالٍّ «الجيب» و «جيب التمام» و «الظل» ، ويعتبر محمد بن جابر البتّانى الأب الروحى لهذا الفرع من فروع العلوم الرياضية ، ولقد عمل العلماء المسلمون بجديّة وهمة عالية فى تطوير حساب المثلثات المستوى والكروى ، ودرجوا نحو تأسيس هذه المواد كعلوم منفصلة ومستقلة عن علم الفلك .

وفى مجال علم الهندسة أضاف علماء الرياضة المسلمون الكثير لأعمال علماء مدرسة الإسكندرية وعلماء الإغريق بنقل هذه الأعمال إلى اللغة العربية ودراستها والتعليق عليها والتصدّى لحل مسائل متنوعة ، ولقد كان من روّاد هذه الأعمال العلمية أبو على الحسن بن الهيثم وثابت بن قرّة ، ولقد حفظ علماء المسلمين العلم حيًّا فى حين كان يلقى الإهمال من قوم آخرين ، ولقد تلقّت أوربا هندستها الإغريقية على أيدى المسلمين .

ونلخّص منجزات علماء المسلمين فى الرياضيات فنقول : إنهم قد قاموا بتعميم مفهوم الأعداد عما كان معروفًا عند الإغريق ، وإنهم قد طوّروا علم الجبر وأرسوا دعائمه ونظمه وحفظوا اتصاله بعلم الهندسة ، وقد واصلوا الأعمال التى قام بها الإغريق فى الهندسة المستوية والهندسة الفراغية ، وأخيرًا فقد طوّر المسلمون حساب المثلثات بشقيه المستوى والفراغى وقاموا بحساب وإعداد جداول دقيقة لدوالّ حساب المثلثات واكتشاف الكثير من المتطابقات فى هذا الفرع من العلم الرياضى .

على عبد الله الدفّاع



الفصل الأول

مدخل

وجّه المسلمون عنايتهم للأنشطة الذهنية منذ الأيام الأولى للإسلام ، أى فى حوالى ٧٠٠ بعد الميلاد بادئين بالعلوم العملية كالرياضيات والفلك .

ولقد كان هناك أساس دينى لحاجة المسلمين للرياضيات والفلك ، فبالوسائل الهندسية يمكن تحديد اتجاه القبلة التى يولّون وجوههم شطرها فى صلواتهم اليومية ، كما أن المسلمين كانوا فى حاجة إلى علمى الحساب والجبر لحساب المواريث والفرائض ، وليعلموا عدد الأيام والسنين . وبالفلك يمكن للمسلمين تحديد غرّة شهر رمضان المعظم شهر الصيام وكذلك تحديد الأيام الهامة الأخرى ذات الصفة الدينية .

مع ذلك لم يَقْصِر المسلمون تطبيق العلوم التى طوّروها لحاجاتهم الدينية وإنّما توسعوا فيها فى اتجاهات شتى لخير البشرية ، وعندما دخل المسلمون حقل الرياضيات الذى كثيرًا ما يشار إليه «كمرآة للحضارة» فإنهم قد سلكوا طريقًا شاقًا إلى التطور الثقافى .

ولقد كان للمسلمين ميزة عظيمة فى العصر الوسيط لأن القرآن الكريم شجعهم على دراسة السماء والأرض ليجدوا الحجّة والبرهان على الإيمان به ، ولقد أمر سيدنا محمد صلى الله عليه وسلم قومه بطلب العلم من المهد إلى اللحد ، ولو احتاج الأمر إلى طلبه فى أقصى البلاد أو حتى فى الصين لأنّ «من سلك طريقاً يلتمس فيه علماً ، سهّل الله له طريقاً إلى الجنة»[١] .

وكانت الرياضيات فى بلاد الغرب خلال العصور المظلمة ينتابها جزر خفيض إلا أن الانتصارات العظيمة لفكر الإغريق لم تكن قد فقدتها البشرية ، ولقد تحوّل المسلمون بتأثير دافع دينى قوى ليصبحوا قوة متزايدة بمعدل عظيم[٢] .

امتدت دولة الإسلام من عام ٦٠٠ إلى عام ١٢٠٠ للميلاد من الهند إلى

---

(١) رواه مُسلم عن أبي هُريرة .

أسبانيا ، وكانت بغداد وقرطبة عاصمتى الخلفاء الحاكمين[٣] ، ويعتبر القرنان التاسع والعاشر الميلاديان العصر الذهبي لعلماء الرياضيات من المسلمين الذين يدين لهم العالم بحفظ التراث الإغريقى فى الرياضيات والتوسع فيه والإضافة إليه ، ذلك التراث الذى لولا حفظ العرب له لكان فى عداد الأعمال المفقودة ، وتدين أوروبا بنهضتها لهذا العصر الذهبى ، وهناك مجال واسع للبحث فى هذا الصدد نتركه لاهتمام الرعيل القادم من الباحثين[٤] .

ويجب أن تُفردَ عنايةٌ خاصة للنشأة المذهلة للدولة الإسلامية ولانهيارها ، ذلك الحدث الذى واكب فترة العصور المظلمة فى أوروبا ، فما مضى عَقْد على هجرة الرسول الكريم محمد عليه أفضل الصلاة والسلام من مكة إلى المدينة عام ٦٢٢ بعد الميلاد إلاّ وقد تجمّعت واتّحدت القبائل فى جزيرة العرب بدافع دينى هائل لتكوِّن دولة قوية ، وبعد وفاة الرسول الكريم لم يقم الخلفاء بالإدارة الحكيمة والكريمة فحسب ، بل كان كثير منهم ممن يشجع العلم ويدعو العلماء المرموقين إلى بلاطه ، ولقد نَقل العديد من الألفاظ الهندية والإغريقية فى الفلك والرياضيات إلى اللغةِ العربية وبذلك سلم من الضياع ، وتمكّن العلماء الأوربيون فيما بعد من إعادة ترجمة هذه الألفاظ إلى اللاتينية وإلى لغات أخرى[٥] .

وفى حوالى عام ٨٠٠ بعد الميلاد صارت بغداد مركز إشعاع علمي فى عهد الخلفاء المسلمين ، ولقد أنشأ الخليفة المأمون الذى كان عالمًا وفيلسوفًا ومشتغلاً بأمور الدين ، أنشأ «بيت الحكمة» الذى كان يضم مكتبة ومؤسسة علمية ومعهدًا للترجمة ، وقد أثبت «بيت الحكمة» أنه كان أهم مؤسسة علمية منذ إنشاء متحف الإسكندرية فى النصف الأول من القرن الثالث للميلاد[٦] .

ولقد كلّف الخليفة المأمون مجموعة من العلماء لنقل أمّهات الكتب الإغريقية إلى العربية ، وبذلك انتشرت أعمال بطليموس وإقليدس وأرسطو من بغداد إلى الجامعات الإسلامية قريبها وبعيدها حتى صقلية وأسبانيا ، ومن خلال الجامعات الأسبانية التى أسسها المسلمون انتقل العلم العربى إلى أوروبا فى العصور المظلمة[٧] .

ويمكن القول بأن هذه الفترة من العصور المظلمة هى التى يمكن أن نطلق عليها العصر الإسلامى فى تاريخ الرياضيات ، ولقد تنافس الأمراء ورجال الدين والشخصيات الغنية التى ترعى العلم فى الأمر بترجمة الأعمال القديمة وكتابة الحديث من روائع الأعمال العلمية ، ومن ثمّ فقد استخدموا علماء مسلمين ومسيحيين

ويهودًا وحتى علماء من الزرادشة ، وهؤلاء العلماء وإن اختلفوا فى الدين وفى الجنس ، إلا أنهم كانوا مشتركين فى سِمَةٍ واحدة ، هى الكتابة باللغة العربية[٨] لغة الإسلام .

ولقد أشار أبو الريحان بن أحمد البيرونى فى كتاباته أن العربية هى لغة العلم وأنه يفضل السبَّ بالعربية عن الإطراء بالفارسية* ، ويبين عدنان أن معظم المراجع التى كانت متّبعةً فى الجامعات التركية كانت مكتوبة باللغة العربية ، حيث بقيت العربية لغةً للعلم فى تركيا حتى القرن الثامن عشر[٩] .

يقول جورج سارطون الذى كان أستاذًا فى جامعة هارفارد فى مؤلَّفِه التاريخى «حياة العلم» :

«لزامٌ علىَّ أن أصرّ على حقيقة أنه وإن كان الجانب الأكبر من نشاط العلماء الذين كتبوا بالعربية كان فى ترجمة أعمال الإغريق واستيعابها إلا أن هؤلاء العلماء قد فعلوا أكثر من هذا بكثير ، فإنّهم لم يقوموا ببساطة بنقل المعارف القديمة فحسب ، وإنّما قد ابتكروا وتوصّلوا إلى معارف جديدة ... بيْد أن قليلاً من الإغريق قد وصل إلى مراتب غير عادية بطريقة تكاد تكون فجائية ، وهذا ما نطلق عليه تسمية «المعجزة الإغريقية» ، ولكن للمرء أن يتحدث كذلك عن «معجزة عربية» وإن اختلف الأسلوب . إنّ عملية خلق حضارة جديدة ذات صفة دولية وقدر موسوعى خلال أقل من قرنين من الزمان لهى من الأمور التى يمكن وصفها وإن تعذّر شرحها شرحًا كاملاً »[١٠] .

إن الأمل فى تقديم إسهام فى مثل هذه المعرفة هو الذى حدا إلى بدء الكتاب الحالى ، وكخطوة أولى بدا من المستحسن تنسيق إنجازات المسلمين فى الرياضيات فى هذه الحقبة الزمنية ، وتعليل النتائج وذلك لإرساء قاعدة صلبة للكتابات المستقبلة . وقد كتب الأستاذ جورج ميلر من جامعة إلينوى :

---

* **تعليق** : يقول البيرونى فى مقدمة كتابه «الصيدنة فى الطب» :

« وإلى لسان العرب نقلت العلوم من أقطار العالم ، فإذ دانت وحلت فى الأفئدة ، ومرت محاسن اللغة منها فى الشرايين والأوردة ...... » ، ويقول . أيضًا فى نفس المقدمة :

« والهجو بالعربية أحبُّ إلىّ من المدح بالفارسية . وسيعرف مصداق قولى من تأمل كتاب علم قد نقل إلى الفارسى كيف ذهب رونقه ، وكسف باله واسود وجهه ، وزال الانتفاع به ...... »

(المعرِّب)

«إنّ تاريخ الرياضيات هو الوحيد من بين العلوم الذى يضم قدرًا هائلاً من النتائج الكاملة والمثيرة التى تم إثباتها منذ ألفى عام بنفس الأساليب الفكرية التى نستخدمها اليوم ، وعلى ذلك فإنّ هذا التاريخ مفيد فى توجيهِ الاهتمام إلى القيمة الدائمة للإنجازات العلمية والتراث الفكرى الضخم الذى تقدمه هذه الإنجازات للعالم »[11] .

مدى إسهام المسلمين

إن العمل المرجعى الكامل لتاريخ الرياضيات عند المسلمين لم يكتب بعد ، ولكن قصد المؤلف هنا أن يقدم موجزًا تاريخيًا لتطوّر إسهام المسلمين فى الرياضيات وفى حفظ رياضيات الإغريق وأهل الهند ، ويُعزى إلى ف.و.كوكومور قوله :

« ..... قد لا يكون هناك عمل هام واحد من أعمال العصر الذهبى للإغريق لم يقم العرب بترجمته والتمكُّن فيه »[12] .

شكل ١,١ : نشوء العلم الإسلامى

القرن	الوصف	النتيجة
السابع	مولد النبى الكريم محمد صلى الله عليه وسلم فى حوالى عام ٥٧٠ للميلاد	قيام الدين الإسلامى عام ٦٢٢ للميلاد
الثامن والتاسع	الدّفعة	فترة توحّد الأمة الإسلامية
العاشر	العصر الإسلامى	ارتقاء العلم الإسلامى
الحادى عشر	العصر الذهبى للفكر الإسلامى	تشجيع العلوم الإسلامية التجريبية والنظرية
الثانى عشر والثالث عشر	نقطة تحوّل	تدهور الدولة الإسلامية وارتقاء الثقافة الغربية

لقد توصّل المسلمون إلى قدر عظيم من العلم بفضل جهودهم أنفسهم فى مجال الرياضيات ، وأنجزوا بعض أعمال علمية نقلت الرياضيات خارج الحدود التى وصل إليها الإغريق ، ويصحّ هذا على وجه الخصوص فى مجالَىْ الجبر وحساب المثلثات (١٣) .

لم تقتصر إنجازات المسلمين على الرياضيات ، وإنّما قد تعدّتها أيضًا إلى الفلك والطب والجغرافيا والكيمياء والصيدلة والزراعة . هذا ويقصر المؤلف عمله الحالى على الإنجازات الرياضية للمسلمين .

بعض علماء الرياضيات المسلمين

اشترك المسلمون من القرن الثامن إلى القرن الثالث عشر فى ثقافة كانت لغتها هي اللغة العربية ، وتقتصر الدراسة الحالية على أعمال أولئك العلماء الرياضيين الذين كتبوا منجزاتهم باللغة العربية .

ولد أبو بكر محمد بن الحسين الكرخى فى كرخ من ضواحى بغداد وتوفى فى العَقْد ١٠١٩ ـ ١٠٢٩ للميلاد ، وهو عالم رياضيات مسلم عاش فى بغداد وكتب فى الحساب والجبر والهندسة (١٤) .

ولقد عاش فى جانب من القرن التاسع الميلادى (٧٨٠ ـ ٨٥٠ م) محمد بن موسى الخوارزمى «الأب الروحى بحق لعلم الجبر» ، وكان الخوارزمى رياضيًا وفلكيًا مسلمًا استخدمه الخليفة المأمون فى بغداد وعيّنه فلكيًا لبلاطه ، ومن عنوان كتابه «حساب الجبر والمقابلة» جاءت تسمية «علم الجبر» فى الشرق ، وكلمة « Algebra » بصورها المترادفة فى اللغات المختلفة فى الغرب ، ولقد قام الخوارزمى بترجمة بعض أعمال الإغريق (١٥) .

ولد محمد بن جابر بن سنان أبو عبد الله البتّانى فى بتان فى أرض ما بين النهرين فى عام ٨٥٠ م وتوفى فى دمشق فى عام ٩٢٩ م . ويعتبر البتانى الذى كان أميرًا وحاكمًا لبلاد الشام أعظم علماء المسلمين فى الرياضيات والفلك ، ولقد قام البتّانى بتطوير علم حساب المثلثات وأعدّ أول جدول لقيم ظل التمام (١٦) .

ولقد عاش ويجن بن رستم أبو سهل الكوهى فى حوالى عام ٩٨٥ م فى بغداد كعالم مسلم اشتغل بالفلك والهندسة ، حيث خصّص اهتمامه لدراسة مسائل أرشميدس وأبولونيوس التى أدّت إلى معادلات أعلى من الدرجة الثانية (١٧) .

وُلد ثابت بن قُرّة فى حرّان فى بلاد ما بين الرافدين فى عام ٨٣٣ م وتوفى فى بغداد عام ٩٠٢ م ، وقد اشتغل بالرياضيات والفلك ، وترجم كثيرًا من أعمال الإغريق فى الرياضيات وكتب فى نظرية الأعداد[١٨] .

ولقد فطن علماء الرياضيات المسلمون إلى أن الثقافة عنصر فكرى هام فى منجزات الإنسان فى الماضى والحاضر والمستقبل ، ومصداق ذلك أنّ الرياضيات كانت على عهد قدماء المصريين والرومان أداة لحل المشاكل اليومية[١٩] .

يقول الأستاذ إريك تمبل بل* من معهد كاليفورنيا للتكنولوجيا : «لقد جاهدت كل الشعوب المتحضرة فى كافة الأزمان التاريخية نحو الرياضيات ، وإن مصادر ما قبل التاريخ لا يمكن استعادتها شأنها فى ذلك شأن اللغة والفن ، وحتى بدايات التحضّر لا يمكن استنباطها إلا من سلوك الشعوب البدائية اليوم فحسب . وأيًا كان مصدرها فإن الرياضيات قد وصلت إلينا اليوم بطريقين أساسيين هما العدد والشكل ، فبالطريق الأول جاء الحساب والجبر ، وبالطريق الثانى ــ الشكل ــ جاء علم الهندسة»[٢٠] .

°

العلماء المسلمون السابقون على النهضة الأوروبية

يهدف الكتاب الحالى إلى تتبّع تاريخ الرياضيين المسلمين مع إعطاء عناية خاصة لتلك الإنجازات والإسهامات التى لم تحظ بالقدر الكافى من الاهتمام والتقدير ، ومن ثمّ فإن هذه الدراسة ستكون مفيدة لدارسى الرياضيات ولاسيما أولئك الدارسين ذوى الخلفية الإسلامية ، ذلك أنَّ الهدف الرئيسي للمؤلف ليس مجرد تسجيل اكتشافات مُفردة متفرقة ، وإنّما يسعى المؤلف إلى شرح التقدم الذى أحرزه الفكر الرياضى . لقد قدّم المسلمون معارف عظيمة فى الرياضيات ، بيْد أنّ الكثير من الأمريكيين والأوروبيين لا يشيرون بالعرفان إلى تلك الذخيرة ألتى اتخذ منها العالم المسيحى أدواته التى بدونها لم تكن الحضارة الغربية لتصل إلى مستواها الحالى ، فبينما قدّم الدين المسيحى للغرب الأسس الروحية والخلقية ، كانت الأعمال الكلاسيكية للإغريق هى التى أعطت الغرب منطقه ورياضياته وكثيرًا من أساليبه العلمية الأساسية . فلقرون عديدة كان الرياضى الأوروبى يتوصّل إلى استنتاجاته المنطقية بطريقة أرسطو فى المنطق ، ذلك المنطق الذى تشرّبه منذ نعومة

---

* Professor Eric Temple Bell

أظفاره وإن لم يكن من الميسور التنبّه إلى وجوده كعامل فى العمليات الذهنية ، كما يصح أيضًا القول بأنّ معرفة الإنسان لأكثر الحقائق بداءة فى العلوم المختلفة قد شقّت طريقها إلينا عَبْر علماء من أمثال فيثاغورس وأرشميدس وإقليدس(٢١) .

وإنّ من المدهش حقًا أنّه بالرغم من اعتماد الغرب على علم الإغريق ، فإنّ أوروبا فشلت فى إحداث تواصل ناشئ عنه ، فبعد سقوط الإمبراطورية الرومانية وعلى مدى خمسة قرون بقيت أوروبا بعيدة عن الكنسية وتجهل بوجه عام إرثها من الإغريق ، ولقد كان هناك عدد لا بأس به من النسطوريين واليعقوبيين وغيرهم من الرهبان على علم وثيق بمعارف الإغريق ، إلاّ أنهم كانوا مبعثرين بين المسلمين لاسيما فى بلاد ما بين النهرين ، حتى ان المواطنين المتعلمين فى باريس وأكسفورد وروما لم يكونوا ليعلموا شيئًا عن إقليدس اللهم إلاّ اسمه ، ولم تكن لديهم فكرة عن اتساع قدر المعرفة التى أهداها الإغريق للغرب ، إلاّ أنّ تلك الفجوة قد عبرها المسلمون وأقاموا عليها جسرًا(٢٢) .

ويكتب الأستاذ ديرك ج.ستروك* من معهد ماساشوست للتكنولوجيا عن فضل العرب فى هذا المجال فيقول :

«لقد قامت مدرسة من العلماء العرب بتعهُّد المعارف الإغريقية بالرعاية حيث قاموا بإعداد ترجمات عربية صادقة ودقيقة للعلوم الإغريقية التقليدية من أمثال أعمال أبولونيوس وأرشميدس وإقليدس وبطليموس وغيرهم ، ويدل التقبّل العام لتسمية « Almagest » لأعمال بطليموس على تأثير الترجمة العربية (المجسطى) على الغرب ، ولقد حفظت عملية النقل والترجمة هذه العديد من أعمال الإغريق التى لولاها لكانت فى طى الفقدان . وكان هناك ميل طبيعى للاهتمام بالجانب الحسابى والجانب العملى فى رياضيات الإغريق على حساب الجانب النظرى ، كما كان الفلكيون العرب يولون حساب المثلثات عناية خاصة(٢٣) .

يقول الأستاذ سارطون فى كتابه عن تاريخ العلم إنه عند شرح الثقافة الغربية يكاد المرء أن يُغفل الإضافات الهندية والصينية فى الرياضيات ، إلاّ أنّ إغفال المنجزات الإسلامية يؤدى إلى إفساد الأمر برمته ويجعله عملاً سخيفاً يفتقر إلى الذكاء ، لقد وقف المسلمون على أكتاف سابقيهم من الإغريق تماماً كما وقف الأمريكيون على أكتاف الأوروبيين ، ولقد كانت اللغة العربية هى اللغة الدولية فى

---

* Dirk J. Struik

الرياضيات لدرجة لم تضاهها فيها لغة أخرى سوى الإغريقية واللاتينية ، فكانت الثقافة العربية ـ ولا تزال إلى حد ما ـ الجسر الرئيسى الذى يربط بين الشرق والغرب . فبينما كانت الثقافة اللاتينية غربية والثقافة الصينية شرقية كانت الثقافة العربية شرقية وغربية فى آن واحد ، حيث امتدت بين مسيحية الغرب وبوذية الشرق ومسّت كلتيهما[٢٤] .

ويلخص روبرت بريفولت* هذا الأمر فى كتابه « صنع البشرية »** بتصديره أن « الرياضيات هى أعظم منجزات الحضارة العربية للتطور الحديث الذى لا يبدو فيه أثر محقق للثقافة الإسلامية ، وليس هناك ما هو أشد وضوحًا من أن العلم الطبيعى والروح العلمية (الأسلوب العلمى) هما القوة الدافعة التى تشكِّل قوة دائمة مميزة فى العالم الحديث ومصدرًا عظيمًا لارتقائه »[٢٥] .

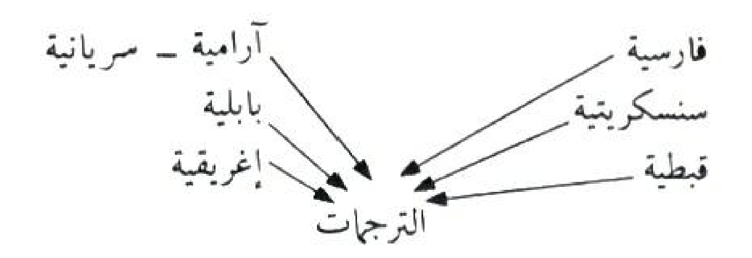
تلخيص

لقد أصبح من الشعارات السائدة فى بعض الدوائر الادعاء بأن الدين كان عنصراً معوقاً لتقدّم الرياضيات فى أوروبا ، ولكن تقدم المنجزات الرياضية للمسلمين برهان مخالف لهذا الزعم فى الإسلام ، فإنّ ما أعاق التقدم الرياضى فى أحيان كثيرة فى الغرب هو ضيق وجمود تفسير الدين عند رجال الكنيسة ، حيث تقف محاكمة جاليليو مثالاً يشهد على ذلك . إن معظم الكشوف الرياضية عند المسلمين جاءت بسبب الإسلام ، كما أن الإسلام هو الذي شجّع علماء المسلمين في الرياضيات على ألاّ يقصروا جهدهم على مجال محدّدٍ ، وإنما يمدون نشاطهم الفكري ليصبح نشاطاً جامعاً[٢٦] .

---

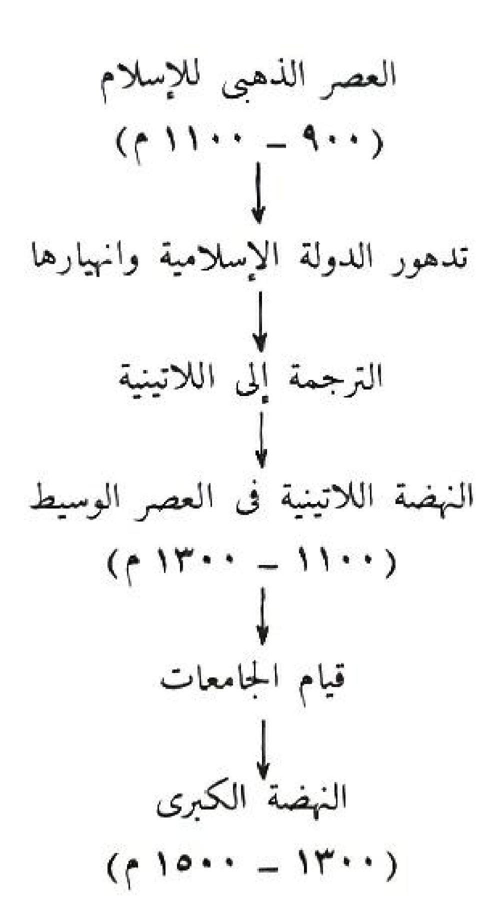
* Robert Briffault

** "The Making of Humanity"



المشرق الإسلامى
(٧٥٠ ـ ٩٠٠ م)

المغرب الإسلامى
(٧٥٠ ـ ٩٠٠ م)



شكل ١,٢ : العلم الإسلامى وخطوط تأثيره على الغرب .

Notes ملاحظات :

1. Rene Taton, *History of Science* (Ancient and Medieval Science from the Beginnings to 1450) (New York, Basic Books, 1963), pp. 385-6. ١ -
2. J.W.N. Sullivan, *The History of Mathematics in Europe* (London, Oxford University Press, 1925), P. 13. ٢ -
3. Florian Cajori, *A History of Mathematics* (London, Macmillan, 1924), p.99. ٣ -
4. David Eugene Smith, *History of Mathematics* (New York, Ginn and Company, 1923), Vol. 1,p.177. ٤ -
5. Howard Eves, *An Introduction to the Foundations and Fundamental Concepts of Mathematics* (New York, Rinehart and Company, 1958), p.44. ٥ -
6. Carl B. Boyer, *A History of Mathematics* (New York, John Wiley and Sons, 1968),p.251. ٦ -
7. Stephen F. Mason, *A History of the Sciences* (New York, Collier Books, 1962),p.96. ٧ -
8. Rene Taton, *History of Science* (Science in the Nineteenth Century) (New York, Basic Books, Inc, 1965),pp.572-3. ٨ -
9. Ibid. ٩ - نفس المرجع السابق .
10. George Sarton, *The Life of Science* (Essays in the History of Civilization) (New York, Henry Schumann, 1948),pp.150-1. ١٠ -
11. George A. Miller, *Historical Introduction to Mathematical Literature* (New York, The Macmillan Company, 1916),pp.17-18. ١١ -
12. F.W. Kokomoor, 'The Status of Mathematics in India and Arabia during the "Dark Ages" of Europe,' *The Mathematics Teacher*, Vol. 29 (January 1936),p.229. ١٢ -
13. Edward S. Atiyah, *The Arabs* (The Origins, Present Conditions, and Prospects of the Arab World) (Edinburgh, R. and R. Clark, 1958), pp. 55-6. ١٣ -
14. Stephan and Nandy Ronart, *Concise Encyclopaedia of Arabic Civilization* (The Arab East) (New York, Frederick A. Praeger, 1960), p.284. ١٤ -
15. Ibid.,p. 295. ١٥ - نفس المرجع السابق ، صفحة ٢٩٥ .
16. Ibid.,p. 86. ١٦ - نفس المرجع السابق ، صفحة ٨٦ .

17. George Sarton, *Introduction to the History of Science* (From Homer to Omar Khayyam) (Baltimore, The Williams and Wilkins Company, 1927), Vol.I,p.665. - ١٧

18. Carl Fink, *A Brief History of Mathematics* (Chicago, The Open Court Publishing Company, 1900),p.320. - ١٨

19. W. W. Rankin, 'The Cultural Value of Mathematics,' *The Mathematics Teacher*, Vol. XXII (April 1929),p. 215. - ١٩

20. Eric Temple Bell, *The Development of Mathematics* (New York, McGraw-Hill Book Company, 1940),p.3. - ٢٠

21. Rom Landau, *Arab Contribution to Civilization* (San Francisco, The American Academy of Asian Studies, 1958),p.7. - ٢١

22. Ibid., pp. 7-8. ٢٢ـ نفس المرجع السابق ، صفحتا ٧ ، ٨ .

23. Dirk J. Struik, *A Concise History of Mathematics* (New York, Dover Publications, 1948), Vol. 1,p. 92. - ٢٣

24. George Sarton, *A Guide to the History of Science* (Waltham, Mass., The Chronica Botanica Company, 1952), pp. 28-30. - ٢٤

25. Robert Briffault, *The Making of Humanity* (New York, The Macmillan Company, 1930),pp. 139-40. - ٢٥

26. Rom Landau, 'Arabist on the Cultural Heritage of the Arab World' *The Arab World*, Vol. VI, Number 9 (September/October 1960), p.13. - ٢٦

الفصل الثانى

خلفية تاريخية

إن الذين تسعدهم دراسة بساطة الإنسان الذى يقوم بالرعى ، أو أولئك الذين يأخذون العبرة من مصائر الأمم لن يخيب رجاؤهم فى أن يجدوا بغيتهم المنشودة فى تاريخ الجزيرة العربية ، فمنذ أمد سحيق يسبق التاريخ المسجّل وجزيرة العرب بمنجزاتها الثقافية قد تبوأت مكانًا مرموقًا كوطن للحرية والاستقلال لأنها الأرض الوحيدة فى العصر القديم التى لم تنحن أبدًا لجبروت الغزاة الوافدين [١] .

وما أن جاء القرن الخامس عشر للميلاد حتى كان التراث الدينى الذى بدأ فى العقود الأولى من القرن السابع من مصدر عربى بحت ، قد نما إلى عقيدة ذات طابع فريد ، حيث تكوّنت من امتزاج عناصر من حضارات الشعوب الأكثر تقدمًا فى البلدان التى شملتها الفتوحات الإسلامية ، ولقد كانت هناك عناصر فارسية وأخرى هندية ، كما كانت هناك عناصر من الحضارات القديمة للرومان والإغريق فى أسبانيا وصقلية ، وبقايا من آثار ونفوذ ثقافات الرومان والجرمان السالفة [٢] .

بداية الإسـلام

ولد المصطفى محمد بمكة عام ٥٧٠ بعد الميلاد من أب شريف يعمل بالتجارة [٣] يدعى عبد الله ، وكان الأب الكريم متوسط الحال توفاه الله قبل ولادة ابنه محمد ، فولد محمد يتيم الأب وما لبث أن فقد والدته آمنة ولم يكد يجاوز السادسة من عمره فصار يتيم الأبوين [٤] .

نشأ الصبى فى رعاية جده عبد المطلب ، ثم انتقل إلى كنف عمه أبى طالب ، ولقد أضحى ابن عمه أبى طالب هذا ـ واسمه على ـ من أخلص صحابة محمد فيما بعد ، كما أنه صار زوجاً لابنته ، وانتهى به الأمر رابع الخلفاء الراشدين [٥] . إنّ

من الحقائق المؤكدة فى شباب محمد قبل تكليفه بالرسالة زواجه من السيدة خديجة وكانت وقتئذ أرملة ثرية ، فعنى محمد بتجارتها ومن ثمّ كان يقوم بالأسفار من أجلها ، مما أتاح له فرص الاتصال بالشعوب المسيحية فى الصحراء والاتصال كذلك ببني حنيفة(٦) .

قام النبى محمد بالدعوة الإسلامية التى تقوم على مبدأ التوحيد الذى جاء ذكره فى أقدم النصوص القرآنية ، إنه التوحيد بالله الذى أنزل على محمد الوحى تلو الوحى ، ولقد لاقى محمد فى بادئ الأمر صعوبة بالغة فى إقناع أهل مكة بمهمته المقدسة ، الأمر الذى اضطره إلى الهجرة إلى المدينة ناجيًا بنفسه(٧) .

وسرعان ما تغيّر الحال ، ونجحت دعوة محمد فى تحوّل أكثر الرجال شجاعة ونفوذًا فى قبيلته قريش ليعتنقوا الإسلام ويؤيدوا الدعوة الإسلامية(٨) ، من هؤلاء الرجال صحابته المخلصون الذين نصروه منذ الساعة الأولى على بن أبى طالب وأبو بكر الصديق وعمر بن الخطاب ، ومنهم أيضًا من تولّى القيادة فيما بعد من القادة العظام من أمثال خالد بن الوليد (الذى عرف فيما بعد بسيف الإسلام) وعمرو بن العاص وسعد بن أبى وقّاص(٩) .

ولقد عاد محمد إلى المدينة بعد فتحه مكة(١٠) ، ومنها عاد مرة أخرى إلى مسقط رأسه فى العام العاشر للهجرة ليقود بنفسه موكب الحجاج المسلمين ، وقد سبق أن قام عنه بهذه المهمة فى العام السابق أبو بكر الصديق . وتعرف حجة الرسول هذه «بحجة الوداع» حيث أعلن فيها آخر ما نزل إليه من الوحى من إكمال الدين وإتمام نعمة الله على المسلمين وارتضاء الله لهم الإسلام دينًا(١١) . بعد ذلك بقليل انتقل محمد إلى جوار ربه دون أن يوصى بخليفة من بعده ، وإنما ترك هذا الأمر بين أيدى المسلمين ليختاروا من يكون خليفة رسول الله(١٢) .

الخلفاء

أدّى اختفاء محمد إلى حدوث أزمة فى المجتمع المدنى لفترة وجيزة ، وهو المجتمع الذي ما فتئ يشكل النواة الموجهة للإسلام الحديث العهد ، ولقد كان من الضرورى وجود خلف للرسول الكريم يكون بمثابة قائد سياسى لجماعة المؤمنين دون أن يكون بمقدوره أن يرث الرسول الكريم فى التعاليم الدينيّة التى انفرد بها .

إنّ التماسك الاجتماعى القوى الذى كوّنه محمد تحت لواء العقيدة الإسلامية ما كان له أن ينتهى بموت محمد[١٣] فبعد أوقات عاصفة وعصيبة بسبب العناصر المتصارعة تغلّب التدخل النّشط لعمر بن الخطاب ، ففى المجلس الصاخب المضطرم الذى عقد بمقر بنى ساعدة بالمدينة المنورة بايع عمر أبا بكر خليفةً لرسول الله[١٤] ، ولقد هبّ أبو بكر الصدّيق لقيادة جماعة المسلمين (٦٣٢ – ٦٣٤ م) ، ولا غَرْو فهو أكبر صحابة الرسول المكيين وأكثرهم إخلاصاً له وتصديقًا ، وكان أبو بكر رجلاً متّزنًا وأمينًا ومخلصًا وجديرًا باللقب الذى خلع عليه ألا وهو « الصديق » ، وهو وإن كان جمّ التواضع إلاّ أنه كان حازمًا فى الحفاظ على التراث الغالى الذى اؤتمن عليه[١٥] .

نفذ العرب إلى فلسطين عبر الأردن عام ٦٣٣م ، ودخلوا الشام عام ٦٤٤م بعد مواجهة مع البيزنطيين[١٦] ، ولقد أوصى أبو بكر بالخلافة لعمر من بعده ، فحكم عمر بن الخطاب الدولة الإسلامية من عام ٦٣٤ حتى عام ٦٤٤م أى فى العقد الجوهرى من تأسيسها[١٧] ، وكان لعمر من السِّمات الشخصية البارزة ما حدا بالخلف من بعده لأن يعتبروه أحد أعظم الخلفاء الراشدين الأربعة الذين يعرف عهدهم بالعصر الذهبى للإسلام[١٨] .

وفى خلافة عمر بن الخطاب فتح المسلمون مصر ومنها تواصل زحفهم إلى شمال أفريقيا[١٩] ، ولقد تابع عمر توسّع الدولة الإسلامية ليس بفتح الدويلات الرومانية خارج أوروبا فحسب ، وإنّما بالاستيلاء على الامبراطورية السّاسانية برمتها[٢٠] . وعندما أتته المنية عهد عمر – وهو على فراش الموت – إلى مجلس شورى مكوّن من ستة من أعلام المسلمين مهمة اختيار خليفة له ، ولقد كان هؤلاء الأعلام جميعًا من صحابة محمد عليه أفضل الصلاة والتسليم ، وهم علىّ وطلحة والزبير وعبد الرحمن بن عوف وسعد بن أبى وقّاص وعثمان بن عفّان الذى تولىّ أمر الخلافة (٦٤٤ – ٦٥٦م) ، وكان عثمان من عِلْيَة قريش من بنى أمية ، وكان هو الوحيد من بينهم ممن اعتنق الإسلام فى سنواته العصيبة[٢١] ، وباختيار عثمان خليفةً للمسلمين أصبح لبنى أميّة الذين يجمعون بين الشرف والثراء رجلٌ منهم يتربع على قمة المجتمع الإسلامى ، وبالرغم من شدّة ضعف شخصية عثمان بن عفّان فإنّ السنوات الاثنتى عشرة لحكمه قد شهدت اتساع رقعة الفتوحات الإسلامية وتواصلها ، تلك الفتوحات التى بدأت فى العقد الذى حكم فيه عمر[٢٢] ،

وبموت عثمان تولّى على بن أبى طالب أمر الخلافة ، وعلى هو ابن عم الرسول وزوج ابنته كما سبق أن ذكرنا ، وقد حكم علىٌّ الامبراطورية العربية فى الفترة الممتدة من عام ٦٥٦ م حتى عام ٦٦١ م[٢٣] ، وكان الحاكم الأموى لبلاد الشام فى ذلك الوقت هو معاوية بن أبى سفيان ، وكان معاوية على خلاف مع على بن أبى طالب[٢٤] .

ورث معاوية عن والده أبى سفيان الذكاء والهمة والحنكة السياسية ، وبفضل قيادته الفذّة أمكنه أن يجعل من بلاد الشام ولاية نموذجية على مستوى الدولة الإسلامية كلها[٢٥] ، وقد نجح معاوية فى تأسيس الدولة الأموية من أبناء أسرته الذين تعاقبوا على خلافة الدولة الإسلامية وتولوا حكمها زهاء تسعين عامًا .

الخلفاء الأمويون

نُصِّب معاوية خليفة للمسلمين عام ٦٦١ م ، وحكم الدولة الإسلامية حتى عام ٦٨٠ م ، وبتولِّيه الخلافة أصبحت دمشق التى كانت مقرًّا لولاية الشام عاصمة للامبراطورية الإسلامية[٢٧] ، وفى عهده تمّ التوسع فى الولايات الإسلامية وتماسكها وترابطها ، وقد أزال معاوية كثيرًا من السمات التقليدية للحكومة وللهيكل التنظيمى البيزنطى السابق ، كما أنه أقام دولة مستقرة ومكتملة التنظيم بعد أن قضى على الاضطراب ، وأسس مجتمعًا إسلاميًّا ملتزمًا[٢٨] .

ولقد كان لدى معاوية من الإحساس المرهف بالنواحى السياسية ما يؤهله لأن يعتبره البعض متفوقًا فى هذه الصفة على أى من الخلفاء الآخرين ، فبالنسبة للمؤرخين العرب يعتبر «الحلم» الفضيلة الكبرى التى تميّز بها ، حيث كان يلجأ إلى الحلول السلمية فى كل الأمور ، ولا يلجأ إلى العنف إلاّ عند الضرورة المطلقة[٢٩] ، وكما يقول حِتِّى :

«إن الاعتدال الحكيم الذى كان يلجأ إليه (معاوية) لنزع سلاح العدو وتأنيب المعارضة ، وإنّ البطء الشديد للغضب والتحكم الذاتى المطلق جعله سيد الموقف تحت كل الظروف والملابسات . ويُؤثر عنه قوله إنه لا يلجأ إلى السيف إن كان السوط يكفى ، وإنه لا يستخدم السوط إن كان اللسان يفى ، وإن كانت تربطه برفاقه شعرة ما كان هو بقاطعها ، يرخيها عندما يشدونها ، ويجذبها عندما يرخونها[٣٠] » .

ويعتبر أهم الخلفاء بعد مروان (٦٨٣ ـ ٦٨٥ م) مؤسس الفرع المرواني من أسرة بني أمية ابنه عبد الملك (٦٨٥ ـ ٧٠٥ م) الملقب «بأبي الملوك» ، فني عهد عبد الملك بن مروان وفي عهد أولاده الأربعة الذين خلفوه في الحكم وصل بنو أمية في دمشق إلى أوج قوتهم ورفعتهم ، وفي حكم الوليد وهشام وصلت الإمبراطورية الإسلامية إلى قمة اتساعها حيث امتدت من شواطئ المحيط الأطلسي وجبال البيرانيس* غربًا إلى بلاد الهند وشاطئ الصين شرقًا ، وهو امتداد يكاد يكون منقطع النظير في العصور القديمة ، ولم تجاوزه في العصور الحديثة سوى الإمبراطورية البريطانية والإمبراطورية الروسية[٣١] .

ولقد بدأ حكم الوليد (٧٠٥ ـ ٧١٥ م) بتغيير رسمي للغات المتباينة المستعملة في الدواوين العامة إلى اللسان العربي ، ومن هنا كانت بداية ترجمة الأعمال العلمية[٣٢] . وفي عام ٧٤٧ م ثار على الأمويين بنو عمومتهم العباسيون الذين ينتسبون إلى أحد أعمام الرسول الكريم «العباس» ، وبنجاح العباسيين ووصولهم إلى كرسي الحكم انتهت دولة الأمويين..

الخلفاء العباسيون

إن الطابع العربي الذي اتسمت به دولة الأمويين قد أصبح أكثر دولية في عهد العباسيين ، حيث اتخذت دولة العباسيين سمة الإمبراطورية الإسلامية التي ضمت أجناسًا كثيرة كان أحدها الجنس العربي[٣٤] . وقد وصلت دولة العباسيين إلى قمة مجدها السياسي ورقيها الفكري بعد قيامها بزمن قصير شأنها في ذلك شأن الخلافات الأخرى في التاريخ الإسلامي ، فقد بلغت الخلافة في بغداد ـ التي أسسها السفّاح والمنصور ـ ذروتها في الفترة بين حكمي الخليفة الثالث «المهدي» والخليفة التاسع «الواثق» ، وعلى وجه الخصوص في أيام «هارون الرشيد» وولده «المأمون»[٣٥] .

ويرجع الفضل في المكان المرموق الذي تبوأه العصر العباسي في تاريخ الإسلام وإلى الوجه الأسطوري المحبب الذي اتّسم به ذلك العصر إلى الخليفة هارون الرشيد وإلى ابنه الخليفة المأمون لما اتّصفا به من حدة الذكاء ونبل الخلق[٣٦] . وبعد حكم الواثق بدأت الدولة في الانحلال حتى عهد الخليفة المعتصم الذي يأتي ترتيبه

---

* سلاسل جبال Pyrenees وتقع بين فرنسا وأسبانيا . (المعرِّب)

السابع والثلاثين بين الخلفاء عندما أطاح المغول بالدولة العباسية عام ١٢٥٨ م ، ويمكن الوقوف على مدى القوة والعظمة والتقدم الذى أحرزه الخلفاء العباسيون فى قمة مجدهم من العلاقات الخارجية القوية التى أرسوا دعائمها ومن حياة البلاط وحياة علية القوم فى عاصمة الدولة بغداد وفى النهضة الفكرية التى لم يكن لها نظير ، والتى بلغت أوجها تحت رعاية الخليفة المأمون[٣٧] ، وفى عهد هارون الرشيد بدأت ترجمة الأعمال الكلاسيكية في الرياضيات من الإغريقية والسنسكريتية إلى العربية ، وعلى وجه العموم فقد زاد النشاط الفكرى فى مجال الرياضيات فى ذلك العصر ، وبعد هارون الرشيد جاء ابنه المأمون الذى كان راعيًا للرياضيات وواحدًا من المشتغلين بعلم الفلك[٣٨] ، وإليه يرجع الفضل فى بدء الدراسة المنظّمة المتعمقة للرياضيات فى القرن التاسع للميلاد .

ومن علماء الرياضيات فى هذه الحقبة الخوارزمى الذى أحدث فى الفكر الرياضى تأثيرًا أبعد مدى مما أحدثه أىٌّ من مؤلفى العصر الوسيط ، ففضلاً عن جمعه لأقدم الجداول الفلكية صنّف الخوارزمى أقدم مؤلّفٍ فى الحساب وأقدم كتاب فى الجبر ، وقد تُرجم الكتابان إلى اللاتينية ودام استخدامها فى الجامعات الأوروبية حتى القرن السادس عشر للميلاد بوصفها المراجع الرياضية الرئيسية ، وقد كان لها الفضل فى إدخال علم الجبر مضمونًا واسمًا إلى أوروبا ، كما أن كتاب الخوارزمى قام بمهمة تعريف العالم الغربى بالأرقام العربية[٣٩] .

ويذكر التاريخ الإسلامى لفترة حكم العباسيين عصرًا برّاقاً ومليئًا بالازدهار ، تميّز فيه الحكام برعايتهم العظيمة للعلم والمعرفة ، وبفيض فضلهم وتحت تأثير تشجيعهم أسهم العلماء إسهامًا عظيمًا على طريق تقدّم حضارة العالم[٤٠] . إنّه فى عهد الانطلاق هذا لبنى العباس قد ازدهرت الحركة العلمية الكبرى وشقت طريقها إلى «العصر الذهبى للإسلام»[٤١] .

المسلمون فى أوروبا

فى الوقت الذى كان فيه مشرق الدولة الإسلامية يقترب من عصره الذهبى كان مغربُه ينعم بفترة رقى مقابلة ، ولقد أفاد مسلمو المغرب الإسلامى من التراث المسيحى لصدر العصور الوسطى ، وأنشأوا حضارة عُرفت فيما بعد بالعصر الذهبى لثقافة المسلمين[٤٢] .

المسلمون فى أسبانيا

لقد كان عام ٧٥٠ م هو الحد الفاصل بين سقوط الدولة الأموية فى دمشق وقيام الدولة العباسية فى بغداد ، وكان من بين القليلين الذين هربوا شاب فى العشرين من عمره يُدعى عبد الرحمن كان يتمتع بالشجاعة والقدرة على القيادة ، ولقد شق طريقه إلى أسبانيا وجاهد حتى وصل إلى السلطة كى يحافظ على حكم الأمويين ، ذلك الحكم الذى كان قد ضاع فى المشرق[٤٣] . أحدث عبد الرحمن حركة فكرية دفعت قرطبة لتصبح مركزًا من مراكز الثقافة فى العالم[٤٤] ، وقد بقى بنو أمية حتى القرن العاشر حين دفعت القلاقل المدنية وحركات العصيان القبلية وعدم الكفاءة السياسية للأمراء عمومًا ـ حين دفعت كل هذه العوامل بالدولة الإسلامية المنظمة فى أسبانيا إلى أن تتقلص وتنكمش لتقتصر على مدينة قرطبة وما يحيط بها[٤٥] .

ويمثل حكم عبد الرحمن وحكم خليفتيه المباشرين من بعده قمة الحكم الإسلامى فى الغرب ، ففى هذه الفترة أو فى حوالى القرن العاشر الميلادى تبوأت عاصمة الأمويين قرطبة مكانها المشرّف كأرفع مدن أوروبا ثقافة[٤٦] .

وكان «الحَكَمُ» الذى أتى من بعد عبد الرحمن الثالث عالما وراعيا للعلم ، وكان يخلع على العلماء منحًا سخيّة ، كما أنه أنشأ سبعة وعشرين مدرسة حرة فى العاصمة ، وفى عهده أسست جامعة قرطبة التى اتخذت مقرًّا لها فى الجامع الرئيسى الذى شيّده عبد الرحمن الثالث ، وكانت هذه الجامعة ذات مكان مرموق بين المجامع العلمية فى العالم ، ولقد سبقت جامعة قرطبة جامعة القرويين فى فاس بمراكش ، والأزهر فى القاهرة ، والنظامية فى بغداد ، واجتذبت الدارسين مسلمين ومسيحيين من أسبانيا ومن أجزاء أخرى من أوروبا وإفريقيا وآسيا[٤٧] .

المسلمون فى صقلية

إنّ الموضع الوحيد فى أوروبا الذى رسخت فيه أقدام المسلمين بخلاف أسبانيا هو جزيرة صقلية[٤٨] التى بدأ الغزو الإسلامى لها بغزوات دورية فى وقت مبكر منذ حوالى عام ٦٥٢ م حتى اكتمل فتحها فى عام ٨٢٧ م ، وخلال فترة امتدت

مائة وتسعة وثمانين عامًا تحت حكم القادة المسلمين تحولت صقلية إلى دُوَيْلة من دويلات العالم الإسلامى وصارت پاليرمو عاصمة لها (٤٩) .

وبحكم موضعها كنقطة التقاء بين منطقتين مختلفتى الثقافة أصبحت صقلية وسيطًا لنقل ثقافة العصرين القديم والوسيط (٥٠) ، وقد ضمّت عناصر إغريقية تتحدث باللغة الإغريقية ، وعناصر عربية تتكلم باللغة العربية ومجموعة من المشتغلين بالعلم يعرفون اللاتينية ، فكانت اللغات الثلاث مستعملة فى نفس الوقت فى المكاتب الرسمية وفى وثائق الدولة ، كما كانت سائدة الاستعمال أيضًا بين سكان پاليرمو . إن الإسهام الرئيسى لثقافة المسلمين ليتمثّل فى ترجمة كتابات الإغريق المتعلقة أساسًا بالفلك وبالرياضيات ، وبالرغم من أن بعضًا من هذه الأعمال الإغريقية والعربية كان قد ترجم فى طليطلة بأسبانيا إلاّ أن إسهام صقلية كان ذا قيمة رفيعة (٥١) .

محنة المسلمين

بعد قرون ستة من حكم الأمويين والعباسيين مرّت الإمبراطورية الإسلامية بفترة امتدت خمسين عامًا شهدت فيها البلاد انهيارًا سياسيًّا تدريجيًّا حيث تغلبت الدويلات المنفصلة فى نهاية الأمر على الدولة الموحّدة ، وكان من شأن هذا الانهيار السياسى أن مهّد المسرح لغزو الدولة العربية عام ١٢٥٨ م على يد المغول بقيادة هولاكو خان ، وهو حفيد جنكيز خان الذى دمّر آسيا وأرهب أوروبا (٥٢) ، وكان المغول مقاتلين قساة غلاظ القلب سفاكين للدماء ، وقد عبّر جنكيز خان عن مبادئهم ومعتقداتهم الرائدة بالكلمات التالية :

«إنّ أعظم متعة لتقبع فى التغلب على الأعداء ، وفى اقتفاء آثارهم ، ومصادرة أملاكهم وامتطاء جيادهم ، ومشاهدة عائلاتهم وهى تذرف الدموع ، وسبى نسائهم وبناتهم (٥٣) .»

وعندما اجتاح هولاكو خان ورجاله العاصمة بغداد أُسقط فى يد الخليفة العباسى الذى لم يكن له حول ولا قوة ، واستسلم بعد دفاع ضعيف ، فما كان من هولاكو ـ بدافع من ولعه باظهار احتقاره وامتهانه للخليفة ـ إلا أن أمر بوضع الخليفة المهزوم فى جوال وطأته الأقدام حتى الموت . ورغمًا من أن بغداد كان نصيبها

من الهوان أقل من بعض المدن الأخرى إلاّ أنّ بغداد قد نُهبت ودمرت مكتباتها التى لا تقدّر بثمن ، وخربت الأعمال الفنية فيها ، كما تعرّض الكثير من سكانها للمذابح . وقد واصل المغول أعمال التخريب فى بقاع أخرى من أرض الرافدين وبلاد الشام ، كما أنهم دمّروا أعمال الرى العظيمة التى جعلت من هذه المناطق أرضًا خصبة يانعة على مدى آلاف السنين(٥٤) .

الأتراك العثمانيون

كان أول ظهور الأتراك العثمانيين فى آسيا الصغرى فى القرن الثالث عشر للميلاد كقبيلة على الحدود الغربية للسلطنة السلجوقية للروم ، ولمّا كان هؤلاء العثمانيون أكثر تنظيمًا وانضباطًا من جيرانهم الملاصقين لهم فقد بدأوا فى التوسع على حساب السلاجقة والبيزنطيين ، وسرعان ما تفتتت السلطنة السلجوقية التى كان قد أضعفها ضغط المغول ، تفتتت إلى دويلات سقطت فى أيدى العثمانيين(٥٥) . وفى القرن الرابع عشر كان العثمانيون قد أقاموا لأنفسهم نقاطًا استراتيجية فى اليونان والصِّرب وبلغاريا ، وما أن انتصف القرن التالى ـ أى القرن الخامس عشر ـ حتى كادت الإمبراطورية البيزنطية أن تكون محاصرة بالبلاد التى استولى عليها العثمانيون ، وأن تصبح بذلك مُعرضة لهجوم كبير جاء فعلاً مع فتح الأتراك للقسطنطينية عام ١٤٥٣ م(٥٦) .

وفى عام ١٤٧٣ م كانت آسيا الصغرى قد وقعت فى قبضة العثمانيين تمامًا ، وفى عهد محمد الفاتح (١٤٥١ ـ ١٤٨١ م) مدّ الأتراك فتوحاتهم فى أوروبا وآسيا(٥٧) ، وفى عهد خلفاء محمد الفاتح امتدت الإمبراطورية العثمانية شرقًا بينما فتح الأتراك شمال بلاد ما بين النهرين ومصر والشام وجزءاً من الجزيرة العربية خلال حكم سليم الأول (١٥١٢ ـ ١٥٢٠ م) ، وكان فتح مصر على جانب من الأهمية حيث إنه أنهى الخلافة العباسية ، والرواية التى تقول بأن آخر الحكام العباسيين قد نقل لقب الخلافة إلى السلطان المظفر لا تسندها وثائق تاريخية إلاّ أنّ الحكام العثمانيين خلعوا على أنفسهم اللقب ، وكانت الخلافة وقتئذ تعنى ممارسة سلطة روحية ودنيوية على المسلمين(٥٨) .

ولم يكن دخول الأتراك إلى عالم البحر المتوسط بأى حال من الأحوال نعمة

على حضارة القرن الحادى عشر للمسلمين ، إذ ان الثقافة التركية كانت أشدّ بداءةً من تلك الثقافة السائدة حينئذ بين المثقفين الناطقين باللسان العربى من شعوب شرق البحر المتوسط .

تلخيص

يرى بعض المؤرخين المسلمين أنّ التوسع الجغرافى فى الثقافة العربية كان أقرب إلى التطور منه إلى الفعل المسبق التخطيط ، فهناك شواهد من القرآن الكريم ، وممارسات سياسية فى وقت مبكر فى الإسلام شرقًا وغربًا توحى بأنّ دين الإسلام شجّع على التوسع مع الوقت ليشكِّل نظاما سياسيًّا كبيرًا فضلاً عن عقيدة جامعة لبنى الإنسان[٦٠] . ولقد أرسل محمد عليه الصلاة والسلام الدعاة إلى نجاشى الحبشة وإلى أباطرة فارس وبيزنطة يدعوهم إلى الدخول فى الإسلام ، وفى أقل من قرن من الزمان كان نفوذ المسلمين وسلطانهم الاقتصادى والسياسى والدينى قد امتد على رقعة من الأرض لا تدانيها فى كبر المساحة سوى إمبراطورية الرومان ، كما أنّ عقيدة الإسلام قد انتشرت فى مدة وجيزة فى ثلاث قارات تدعو أناسًا متباينين وتواجه ثقافات ومعتقدات مختلفة من أسبانيا إلى الصين ، تدعو الناس إمّا إلى الدخول فى الدين الجديد ، وإمّا إلى قبول سلطته السياسية والتسليم بها ، الأمر الذى يفسّر النجاح الجزئى للمفهوم الأصلى للحياة فى الجزيرة العربية ، وقد عمل الإسلام على جمع العالم فى عقيدة دينية واحدة ، وتحت لواء شكل واحد من السلطة الحاكمة ، وفى أسلوب واحد للحياة[٦١] . إنّ تجربة المسلمين فى إنشاء إمبراطورية كان أقرب إلى الدراما منه إلى التحمل والتواصل ، والواقع أن المسلمين قد أظهروا عبقريتهم فى قيام الدين مع تقبّل وانتشار واسع له أكثر مما أظهروها فى إقامتهم لنظام سياسى يخضع لقبول عام[٦٢] .

هذا وتهدف بقية فصول هذا الكتاب إلى تقديم مناقشة ذات عمق لتطوير المسلمين للفروع المختلفة للعلم الرياضى ، فنُفرد الفصل التالى لدراسة مُوسّعة للحساب باعتباره واحدًا من الموضوعات الرئيسية التى قام المسلمون بدراستها .

Notes

الملاحظات :

1. Andrew Crichton, *The History of Arabia: Ancient and Modern* (New York, Harper and Brothers, 1837), Vol. I,p.17. — ١

2. Samuel Graham Wilson, *Modern Movements Among Moslems* (New York, Fleming H. Revell Company, 1916), pp. 105-9. — ٢

3. Sania Hamady, *Temperament and Character of the Arabs* (New York, Twayne Publishers, 1960), p.19. — ٣

4. Rev. George Bush, *Life of Mohammed: Founder of the Religion of Islam and the Empire* (Niagara, Henry Chapman, 1831), p.14. — ٤

5. Francesco Gabrieli, *The Arabs: A Compact History* (New York, Hawthorn Books, 1963), p.26. — ٥

٦ – الإمام أبو عبد الله محمد بن إسماعيل البخارى : «التاريخ الكبير» ، حيدر آباد الدكن بالهند ، دائرة المعارف العثمانية ، عام ١٩٤٢ م ، المجلد الأول ، الجزء الأول ، الصفحات ٥ – ١٠ .

6. Al-Imam Abu 'Abdullah Muhammad B. Isma'il AL-Bukhari, *At-Ta-Rikhu' l-Kabir* (A Dictionary of the Biography of Traditionists) (Hyderabad, India, Osmania Oriental Publications Bureau, 1942), Vol I, Part I,pp. 5-10.

7. Gustave E. von Grunebaum, *Medieval Islam: A Study in Cultural Orientation* (The University of Chicago Press, 1947), p.71. — ٧

٨ – نبيه عاقل : «تاريخ العرب القديم» ، مطبعة جامعة دمشق ، عام ١٩٦٨ م ، صفحة ٥٥١ .

8. Nabih' Agil, *Tarikh Al-Arab Al-Gadim* (Damascus University Press, 1968), p.551.

9. W.T. Sedgwick and H.W. Tyker, *Short History of Science* (New York, The Macmillan Company, 1925), p.160. — ٩

10. Ralph Linton, *The Tree of Culture* (New York, Afred Knopf, 1955), p.378. — ١٠

11. George Sarton, *The Life of Science: Essays in the History of Civilization* (New York, Henry Schumann, 1948), p.146. — ١١

12. A.S. Tritton, *Islam: Beliefs and Practices* (London, Hutchinson's University Library, 1951), p.109. — ١٢

13. Rom Landau, *Islam and the Arabs* (New York, The Macmillan Company, 1959), pp. 40-1. — ١٣

١٤ – أبو الحسن على بن محمد المعروف بابن الأثير : «الكامل فى التاريخ» ، إدارة الطباعة المنيرية بمصر ، القاهرة عام ١٩٢٩ م ، المجلد الثانى ، صفحة ٢٢٢ .

14. 'Abu Al-Hasan Ali ibn Muhammed Al-Ma'ruf bi'ibn Al-'Athir, *Al-Kamil fi Attarikh* (Cairo, 'Idarat Attiba'at Al-Muniriyah bi Masr, 1929), Vol. II, p. 222.

15. Sir John Bagot Glubb, *The Great Arab Conquests* (Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, Inc,1964), p.106. ١٥ -

16. Kenneth W. Morgan, *Islam-The Straight Path* (New York, The Ronald Press Company, 1958), p.49. ١٦ -

17. John Joseph Saunders, *A History of Medieval Islam* (London, Routledge and Kegan Paul, 1966), p.44. ١٧ -

18. Joel Carmichael, *The Shaping of the Arabs: A Study in Ethnic Identity* (London, Collier Macmillan, 1967), pp.88-9. ١٨ -

19. William Stearns Davis, *A Short History of the Near East: From the Founding of Constantinople* (New York, The Macmillan Company, 1922), p.132. ١٩ -

20. Arnold J. Toynbee, *A Study of History* (London, Oxford University Press, 1939), Vol. III, p.466. ٢٠ -

21. Carl Brockelmann, *History of the Islamic Peoples* (Cornwall, New York, The Cornwall Press, 1947), p.63. ٢١ -

22. Gustave Edmund von Grunebaum, *Modern Islam: The Search for Cultural Identity* (Berkeley and Los Angeles, University of California Press, 1962), pp.119-20. ٢٢ -

٢٣ - أحمد زكي صفوت : «جمهرة رسائل العرب في عصور العربية الزاهرة» ، شركة مكتبة ومطبعة مصطفى البابي الحلبي وأولاده بمصر ، القاهرة عام ١٩٣٧ م ، المجلد الأول ، الصفحات ٤٧٩ - ٤٨٢ .

23. Ahmad Zaki Sufwat, *Jamharat Rasa'il Al-'Arab fi 'usur Al-'Arabiyah Azzahirah* (Cairo, Sharikat Maktabat wa Mutba'at Mustafa Al-Babi Al-Halabi wa 'Wladuh bi Masr, 1937), Vol.I, pp.479-82.

24. Fazlur Rahman, *Islam* (New York, Holt, Rinehart, and Winston, 1966), p.171. ٢٤ -

25. Arnold Hottinger, *The Arabs: Their History, Culture, and Place in the Modern World* (Berkeley and Los Angeles, University of California Press, 1963), p.46. ٢٥ -

26. John Bagot Glubb, *The Life and Times of Mohammed* (New York, Stein and Day Publishers, 1970), p.368. ٢٦ -

27. John Bagot Glubb, *The Course of Empire: The Arabs and Their Successors* (London, St. Paul's House, 1965), p.26. ٢٧ -

28. Bernard Lewis, *The Arabs in History* (New York, Hutchinson's University Library, 1950), p.65. ٢٨ -

٢٩ - أمير علي سيد ، «مختصر تاريخ العرب» دار العلم للملايين ، بيروت عام ١٩٦١ م ، صفحة ٨٨

29. Amir Ali Sayed, *Mukhtasar Tarikh Al-'Arab* (Beirut, Dar Al-'Ilm Lilmalayin, 1961), p.88.

٣٠ - 30. Philip K. Hitti, *Makers of Arab History* (New York, Harper and Row Publishers, 1971), p.43.

٣١ - 31. Hamilton Alexander Rosskeen Gibb, *Studies of the Civilization of Islam* (Boston, Beacon Books on World Affairs, 1962), p.35.

٣٢ - 32. Philip K. Hitti, *The Arabs: A Short History* (London, Macmillan, 1948), p.217.

٣٣ - 33. Sir Hamilton Alexander Rosskeen Gibb, *An Interpretation of Islamic History* (Lahore, M. Ashraf Darr for Oriental Publishers, 1957), p.12.

٣٤ - 34. Gustave Edmund von Grunebaum, *Islam: Essays in the Nature and Growth of a Cultural Tradition* (London, Routledge and Kegan Paul, 1961), p.16.

٣٥ - 35. Rangrut, *The Ideologies in Conflict* (Karachi, Central Printing Press, 1964), p.107.

٣٦ - 36. Joseph Hell, *The Arab Civilization* (London, W. Heffer and Sons, 1943), pp.72-3.

٣٧ - 37. Alfred Guillaume, *Islam* (Edinburgh, R. and R. Clark, 1954), pp.82-3.

٣٨ - 38. Edna E. Kramer, *The Main Stream of Mathematics* (New York, Oxford University Press, 1951), p.22.

٣٩ - عثمان الكعك : «الحضارة العربية في حوض البحر الأبيض» : جامعة الدول العربية ، القاهرة عام ١٩٦٥ ، الصفحات ٧٣ - ١١٤ .

39. 'Uthman Al-Ka'ak, *Al-Hadharah Al-'Arabiyah fi Hawdh Al-Bahr Al-'Abyad* (Cairo, Jami'at Adduwal Al-'Arabiyah, 1965), pp.73-114.

٤٠ - 40. Hassan Ibrahim Hassan, *Islam: A Religious, Political, Social, and Economic Study* (Baghdad, Iraq, The Times Printing and Publishing Company, 1967), p.132.

٤١ - 41. Lewis Samuel Feuer, *The Scientific Intellectual: The Psychological and Sociological Origins of Modern Science* (New York, Basic Books, 1963), p.184.

٤٢ - محمد مهدي البصيري : «الموشّح في الأندلس وفي الشرق» ، مطبعة المعارف ، بغداد عام ١٩٤٨ م ، صفحتا ٤ ، ٥ .

42. Muhammed Mahdi Al-Basiri, *Al-Muwashah fi Al'Andalus wa fi-Asharg* (Baghdad, Mutba'at Al-Ma'arif, 1948), pp.4-5.

٤٣ـ خالد الصوفي : «تاريخ العرب في أسبانيا» ، المطبعة التعاونية ، دمشق عام ١٩٥٩ م ، الصفحات ٣ ـ ٧ .

43. Khalid Assufi, *Tarikh Al-'Arab fi 'Aspanya* (Damascus, Al-Mutba'ah Atta'awuniyah, 1959), pp.3-7.

44. Lane Poole, *The Story of the Moors in Spain* (London, G.P. Putnam's Sons, 1902), pp.33-45. ٤٤ـ

45. Budgett Meaking, *Moorish Empire: A Historical Epitome* (London, Swan Sonnenschein and Co, 1899), pp.45-6. ٤٥ـ

46. R.H. Towner, *The Philosophy of Civilization* (New York, G.P. Putnam and Sons, 1923), p.117. ٤٦ـ

٤٧ـ خالد الصوفي : «تاريخ العرب في أسبانيا ـ نهاية الخلافة الأموية في الأندلس» ، مكتبة دار الشرق ، حلب عام ١٩٦٣ م ، صفحتا ٣٣٤ ، ٣٣٥ .

47. Khalid Assufi, *Tarikh Al-'Arab fi 'Aspanya: Nihayat Al-Khilafah Al-'Amawiyah fi Al-'Ndalus* (Halabb, Maktabat Dar Ashsharg, 1963), pp.334-5.

48. Historical Section of the Foreign Office, *Mohammedan History: The Rise of Islam and the PanIslamic Movement* (London, H.M. Stationery Office, 1920), Vol.X,p.22. ٤٨ـ

49. Samuel M.Zwemar, *Islam* (New York, Student Volunteer Movement for Foreign Missions, 1907), pp.65-6. ٤٩ـ

50. Arnold J. Toynbee, *Civilization on Trial* (New York, Oxford University Press, 1948), p.185. ٥٠ـ

51. Philip K. Hitti, *History of the Arabs: From the Earliest Time to the Present* (London, Macmillan, 1964), pp.612-3. ٥١ـ

52. Charles F. Gallagher, *A Note on the Arab World* (New York, American University Field Staff,1961), p.16. ٥٢ـ

53. Arabian American Oil Company, *Aramco Handbook: Oil and the Middle East* (Netherlands, Joh. Enschede en Zonen-Haarlem, 1968), p.40. ٥٣ـ

54. Ibid. ٥٤ـ نفس المرجع السابق

55. F.R.J. Verhoeven, *Islam* (New York, St. Martin's Press, 1962), p.51. ٥٥ـ

56. Hamilton Alexander Rosskeen Gibb and Harold Bowen, *Islamic Society and the West* (London, Oxford University Press, 1950), Vol. I, Part I, pp.42-3. ٥٦ـ

57. Hamilton Alexander Rosskeen Gibb and Harold Bowen, *Islamic* ٥٧ـ

Society and the West (London, Oxford University Press, 1957), Vol.I,Part II, p.70.

58. George Lenczowski, *The Middle East in World Affairs* (Ithaca, New York, Cornell University Press, 1956), p.4. — ٥٨

59. Norman F.Canot, *Medieval History: The Life and Death of a Civilization* (New York, The Macmillan Company, 1963),p.274. — ٥٩

٦٠ — سعيد ناصر الدهان : «القرآن والعلوم» مطبعة النعمان ، كربلاء عام ١٩٦٥ م ، صفحة ١٦٩ .

60. Sa'id Nasir Addahan, *Al-Kur'an wa Al'Ulum* (Karbala, Mutba'at Anna'man, 1965), p.169.

61. Lajid Khadduri, *The Law of War and Peace in Islam* (London, Luzac and Company, 1941), p.9. — ٦١

٦٢ — قسطنطين زريق : «في معركة الحضارة» دار العلم للملايين ، بيروت عام ١٩٦٣ م ، صفحتا ٧٧ ، ٧٨ .

62. Gustantin Zurig, *Fi Ma'rakati Al-Hadarah* (Beirut, Dar AL- Al-'Ilm Li lmalayin, 1963), pp.77-8.

الفصل الثالث

الحساب

يبدو أنّ الرياضيات ـ وهى عالَم من صنع الإنسان ـ قد نبعت من الحاجات البدائية للإنسان للاحتفاظ بسجلّات ونقل للمعلومات وفهم للبيئة وقدرة على التحكّم فيها ، ولاشك أن الحساب كان من بين الأفرع الأولى للرياضيات التى نمت وازدهرت عندما دخل مفهوم العدد ومفهوم العمليات العددية فى الاستعمال العام ، ومن المؤكد أنّ هذا التطوّر جاء تدريجيّاً ، إلاّ أنّ فوائد العدّ سرعان ما أدّت إلى تحسين المفاهيم الرياضية الأساسية وإلى التوسع فيها ، وهى المفاهيم التى تطورت بسرعة عبر القرون لتصل إلى مانعرفه اليوم بنظرية الأعداد .

إنّ من المعتقد أنّ الحساب قد جاء إلى حيِّز الوجود قبل أن تتطور اللغة المكتوبة ، وبناء على ذلك فإنّ تاريخ الرياضيات الذى نشأ بنشأة الحساب هو جزء من تاريخ الحضارة ، وفضلاً عن ذلك فإنّ معدّل تقدُّم الإنسان عبر عصر التاريخ المسجل يعتمد إلى حد كبير على استعمال الإنسان واستيعابه للأفكار الرياضية ، ولقد أدّى استعمال الرموز وتداولها كتمثيل ذهنى للكميات الفيزيائية إلى فكرة الاستعمال المبكّر للعمليات الحسابية من جمع وطرح دون الحاجة إلى القيام بعدّ الأشياء الفعلية فى مجموعة[١] .

ويعتبر الحساب دعامة الرياضيات بأسرها بحتةً كانت أم تطبيقيةً ، وهو أعظم العلوم كلها نفعاً ، وربما لايوجد فرع آخر من فروع المعرفة البشرية أكثر منه انتشاراً بين جموع الناس[٢] .

ومن بين علماء المسلمين فى الرياضيات ممن أسهم أيمّا إسهام فى علم الحساب أبو يوسف يعقوب بن إسحق الكندى[٣] الذى ولد حوالى عام ٨٠١ للميلاد فى الكوفة أثناء ولاية والده ، وكانت الولاية من قبل معقودةً لجده ، ويشير لقبه إلى أنّه ينتمي إلى قبيلة كندةٍ من اليمن ، ويُعرف الكندى فى الغرب باسمه المحرّف

« Alkindus »[٤] . كما أنه عُرف بين قومه « بفيلسوف العرب »[٥] ، ولا غرو فهو الفيلسوف الشهير الوحيد الذى تجرى فى عروقه دماء عربية أصيلة ، وهو أول فيلسوف فى الإسلام . وكان الكندى أعلَم أهل زمانه ، فريداً بين أقرانه ومعاصريه فى معرفة كليات العلوم القديمة التى تضم المنطق والفلسفة والهندسة والرياضيات والموسيقى والتنجيم[٦] . يقول عنه الأستاذ المبجّل فيليب حِتّى من جامعة برينستون :

« لقد كان (الكندى) ذا عقلية من الطراز الأول توجّهت إلى دراسة الفلسفة الحديثة ، وكان عقله موسوعيًا لم يكن ليغيب عنه أى جانب من جوانب المعرفة الإنسانية[٧] » .

وتضمُّ إسهامات الكندى فى علم الحساب أحد عشر مصنّفاً[٨] نقدم بياناً بها فيما يلى* :

١ ـ المدخل إلى الارثماطيقى (خمس مقالات) .
٢ ـ رسالة فى استعمال الحساب الهندى (أربع مقالات)
٣ ـ رسالة فى الإبانة عن الأعداد التى ذكرها أفلاطن فى كتابه السياسة .
٤ ـ رسالة فى تأليف الأعداد .
٥ ـ رسالة فى التوحيد من جهة العدد .
٦ ـ رسالة فى استخراج الخبئ والضمير .
٧ ـ رسالة فى الزجر والفأل من جهة العدد .
٨ ـ رسالة فى الخطوط والضرب بعدد الشعير .
٩ ـ رسالة فى الكمية المضافة .
١٠ ـ رسالة فى النسب الزمانيّة .
١١ ـ رسالة فى الحيل العددية وعلم إضمارها .

ولقد كان الكرخى الذى عاش فى بغداد (١٠٢٠ م) أكثر المشتغلين بالحساب علماً ، وأعلى من كتب فيه أصالةً ، وله فيه مصنّفان معروفان ، أولهما كتاب « الكافى فى الحساب » ويعرض لقواعد العمليات الحسابية ، وثانيهما كتاب

---

* عن كتاب « الفهرست » لابن النديم ، طبعة مطبعة الاستقامة بالقاهرة ، الصفحتان ٣٧٢ ، ٣٧٣ . (المعرّب)

« الفخرى » وقد أسماه الكرخى على اسم صديقه كبير الوزراء فى بغداد فى ذلك الوقت (٩) .

حدث فى عام ١٨٥٧ م أن اكتشفت فى مكتبة جامعة كامبردج ترجمة لاتينية لمؤلَّف إسلامى فى الحساب بعنوان : "Algoritmi de numero Indorum" يبدأ بالكلمات : « قال Algoritmi لنحمد الله الذى يستحق الحمد * هو مولانا وهو نعم النصير » (١٠) ، ويُعتقد أنّ هذه نسخة من كتاب الخوارزمى فى الحساب ترجمت إلى اللاتينية فى القرن الثانى عشر للميلاد بواسطة عالم إنجليزي ، وقبل أن تُفقد النسخة العربية وجدت الترجمة اللاتينية لكتاب الخوارزمى طريقها إلى إيطاليا وأسبانيا وانجلترا ، ودخلت على اسم المؤلف تعديلات (تحريفات) منّوعة فصار :

Alchwarizmi, Al-Karismi, Algoritmi, Algorismi

ومنها اشتق اسم الفن الحديث Algorithm (١١) . وبذلك ترك الخوارزمى بصماته على تاريخ الرياضيات فى صورة Algorism ، وهي الكلمة القديمة لعلم الحساب (١٢) .

الأرقـام العربيـة :

دعنا نعود بخيالنا آلاف السنين إلى الوراء ونتخيّل سفح تل ورجل يندفع خارج كهف وقد علت عينيه حواجب كثيفة ، له ذراعان طويلان مفتولا العضلات . وتحيط بوسطه قطع من جلد الحيوان ، ويمر أسفل منه قطيع من الأحصنة المتوحشة ، فيهرع راجعاً إلى الكهف صائحاً منفعلاً ليخبر أهله والتعابير ترتسم على وجهه أن هناك أحصنة كثيرة كثيرة تمر . هذا أفضل ما كان يمكنه التعبير عنه من حيث العدّ إذ إنه كان يعدم الوسيلة لإخبارهم بأن القطيع يتألف من ثلاثين أو أربعين أو خمسين حصانًا ، فقد كان فى أحسن الأحوال يعرف ثلاثة أعداد هى واحد واثنان و «كثير» ، ولقد سادت حضارات وبادت حضارات وتغيّر شكل الإنسان ذاته قبل أن يتوصل إلى العدّ بيسر ودقة للأعداد مثل ثلاثين وأربعين وخمسين . لقد كانت عملية التوصّل إلى نظام للعدد بحيث يكون سهل الاستعمال

* **تعليق** : يفتتح الخوارزمى مؤلفه «كتاب الجبر والمقابلة» بالعبارة : « الحمد لله على نعمه بما هو أهله من محامده .... » (المعرِّب)

سهل الحفظ علامة هامة على طريق التقدم لم يبلغها الإنسان إلاّ بعد كفاح طويل . والواقع أن الإنسان لم يعرف مثل هذا النظام إلاّ فى الأعوام الألف الأخيرة تقريبًا بينما امتدت حياة الإنسان على ظهر الأرض زمنًا بالغ الطول .

توجد فى كل حضارة ذات تاريخ مسجّل فكرة ما عن الأعداد(١٣) ، ففى الحضارات المبكرة والأكثر بداءة يُعبر عن مفهوم العدد بمجموعة من رموز الأعداد أو بكلمات تعبّر عنها(١٤) . ومن المعارف العامة أن الأرقام التى يُعبّر بها عن نتائج لعبة كرة القدم فى المجتمع الغربى تسمى « الأرقام العربية » ، ومن هنا يجيء الافتراض بأن استخدام هذه الأرقام كان متواصلاً على مر السنين ، والواقع أن أوروبا أخذت هذه الأرقام عن المسلمين فى القرن الثالث عشر فحسب ، ولقد حرمت أوروبا نفسها من ثمار واحدة من أهم المنجزات الرياضية بمحاربتها إدخال الأرقام العربية والنظام العشرى الذى لازمها وذلك لعدة قرون .

وقبل الأخذ بالأرقام العربية كان الغرب يعتمد على النظام المعقد للأرقام الرومانية ، وقد سبق ذلك استخدام الغرب لنظام أكثر تعقيدًا هو نظام الترقيم الإغريقى * . وفى النظام العشرى يمكن كتابة العدد ١٨٤٣ باستخدام أربعة أرقام بينما فى نظام الأرقام الرومانية يحتاج الأمر إلى أحد عشر رقمًا ، وتكون النتيجة MDCCCXLIII،ومن الواضح أن نتيجة أبسط المسائل الرياضية تتطلب مع استعمال الأرقام الرومانية جهدًا ووقتًا كبيرين ، وعلى العكس من ذلك تؤدى الأرقام العربية إلى تبسيط الأعباء الرياضية المعقدة(١٥) ، ويقرر الأستاذ ج.هوستن بانكس من كلية بيبودى :

« يبدو أن النظام الرومانى يتمتع ببعض الفضل على نظام الترقيم الحالى عند اعتبارنا لعملية الجمع ، ففى جمع العددين ١٢٧ و ٥٨ بالأرقام الرومانية ، نجد أنّ :

CXXVII
LVIII

CLXXVVIIIII

* **تعليق** : كان هذا النظام يقوم على استخدام حروف الهجاء الإغريقية مثل α ، β ، γ الخ للدلالة على الأعداد . (المعرّب)

حيث نضع الرموز الخاصة بكل من الكميتين المضافتين إلى جانب بعضها البعض ، فإذا ماتذكرنا أنّ كل خمسة I تعادل V ، وأن كل ٢ V تساوى X ، تكون الإجابة CLXXXV ، وليس من الضرورى أن نعرف تركيب الإضافة مثل ٧ + ٨ و ٥ + ٢ ، بيْد أن طريقة الجمع تكون أكثر طولاً وأشدّ تعقيدًا ، وإذا ما حاولنا إجراء عملية ضرب أو قسمة صار هناك موقف آخر[١٦] * . »

وفى زمن الرسول الكريم محمد صلى الله عليه وسلم كان للعرب خطّ لم يختلف اختلافًا جوهريًا عن الخط العربى فى القرون اللاحقة ، ولقد استعملت الحروف الهجائية العربية الأولى للتعبير عن الأعداد بين العرب ، ويبين شكل ٣،١[١٧]

أ ١	ى ١٠	ق ١٠٠	غ ١٠٠٠	يغ ١٠٠٠٠	قغ ١٠٠٠٠٠
ب ٢	ك ٢٠	ر ٢٠٠	بغ ٢٠٠٠	كغ ٢٠٠٠٠	رغ ٢٠٠٠٠٠
ج ٣	ل ٣٠	ش ٣٠٠	جغ ٣٠٠٠	لغ ٣٠٠٠٠	شغ ٣٠٠٠٠٠
د ٤	م ٤٠	ت ٤٠٠	دغ ٤٠٠٠	مغ ٤٠٠٠٠	تغ ٤٠٠٠٠٠
هـ ٥	ن ٥٠	ث ٥٠٠	هغ ٥٠٠٠	نغ ٥٠٠٠٠	ثغ ٥٠٠٠٠٠
و ٦	س ٦٠	خ ٦٠٠	وغ ٦٠٠٠	سغ ٦٠٠٠٠	خغ ٦٠٠٠٠٠
ز ٧	ع ٧٠	ذ ٧٠٠	زغ ٧٠٠٠	عغ ٧٠٠٠٠	ذغ ٧٠٠٠٠٠
ح ٨	ف ٨٠	ض ٨٠٠	حغ ٨٠٠٠	فغ ٨٠٠٠٠	ضغ ٨٠٠٠٠٠
ط ٩	ص ٩٠	ظ ٩٠٠	طغ ٩٠٠٠	صغ ٩٠٠٠٠	ظغ ٩٠٠٠٠٠

شكل ٣،١ ـ نظام الترقيم العربى المبكر باستعمال حروف الهجاء

* عند قراءة هذا النص المقتبس يُراعى بطبيعة الحال الانتباه إلى طبيعة كتابه الأرقام الرومانية ، فمثلاً مجموع العدد XI (ويعادل ١١) والرقم IX (ويعادل ٩) لايساوى XXII (ويعادل ٢٢) ، ولا يعدل IIXX الذى يعتبره أى طالب رومانى سوء هجاء أو سوء ترتيب مضحك للعدد XVIII . (وهو أيضًا ليس بحاصل الجمع الصحيح وهو XX ـ المعرِّب) .

حروف الهجاء المعبِّرة عن الأعداد * قبل إدخال الأرقام الهندية العربية .

يعتقد بعض العلماء أن الأرقام .1,2,3,4,5,6,7,8,9 التى تكاد تكون مستعملة فى كافة أنحاء المعمورة ترتبط بتسعة أشكال سنسكريتية كان يستعملها أهل الهند فى العصور القديمة . وقد نقلت هذه الأرقام إلى المسلمين الذين هذّبوها وأدخلوها إلى أوروبا(١٨) ** . إنّ أصل هذه الأرقام التى يسميها المسلمون أنفسهم بالأرقام

---

* **تعليق** : ترجع فكرة استعمال حروف الهجاء كرموز دالة على الأعداد إلى عهد سحيق ، حيث يظهر ذلك مثلاً فى النقوش اليونانية التى ترجع إلى القرن الخامس قبل الميلاد ، كذلك وجدت الفكرة طريقها أيضًا إلى الساميين .

وقد وضع العرب أرقامهم ـ بوجه عام ـ على ترتيب حروف : أبجد هوز حطى كلمن سعفص قرشت ثخذ ضظغ . وذلك عند أهل المشرق العربى . أما عند أهل المغرب العربى فقد كان ترتيب الحروف على النحو التالى : أبجد هوز حطى كلمن صعفض قرست ثخذ ظغش ، وكان نظام الترقيم باستعمال حروف الهجاء يُعرف عند العرب « بحساب أبجد » أو « بحساب الجمل » .

هذا وبالرغم من انتشار الرموز الهندية الأصل فى الحساب العربى ، إلاّ أنّ الفلكيين والمنجمين حرصوا فى كتاباتهم وأزياجهم (جداولهم) على استعمال حساب الجمل ، وذلك على امتداد الحضارة العربية كلها . (المعرِّب)

** **تعليق** : يذكر البيرونى فى كتابه « ما للهند من مقولة مقبولة فى العقل أو مرذولة » أن العرب أخذوا عن الهند الأرقام التى تناسبهم من جملة الرموز المتنوعة هناك ، فيقول فى الباب السادس عشر من كتابه هذا : « وليسوا يجرون على حروفهم شيئًا من الحساب كما نجريه على حروفنا فى ترتيب الجمل ...

وكما أن صور الحروف تختلف فى بقاعهم ، كذلك أرقام الحساب وتسمى أنك ، والذى نستعمله نحن مأخوذ من أحسن ماعندهم ... »

استخدم العرب سلسلتين من الرموز الهندية ، سلسلة فضلها أهل المشرق العربى ، وهى التى جاء ذكرها فى كتاب « الفهرست » لابن النديم ، وسلسلة وجدت طريقها إلى أهل المغرب العربى كما ذكر ابن خلدون فى مقدمته ، وقد عُرفت السلسلة المستخدمة فى المشرق « بالأرقام الهندية » ، بينما عُرفت السلسلة الثانية المستخدمة فى المغرب العربى « بالأرقام الغبارية » ، وهى السلسلة التى انتقلت إلى أوروبا وأطلق عليها تسمية « الأرقام العربية » حيث إنها وصلتها عن طريق الحضارة العربية .

ويمكن الرجوع إلى مزيد من تفصيل هذا الموضوع فى بحث للمعرِّب بعنوان : « أشكال العدد ومنازله فى الحضارة العربية » ، العيد الذهبى للدراسات الأثرية الأكاديمية لكلية الآثار بجامعة القاهرة عام ١٩٧٦ ، منشور فى عدد خاص من مجلة كلية الآثار عام ١٩٧٨ ، الجزء الثانى ، الصفحات ٩٥ ـ ١١٦ بالإضافة إلى ثمان لوحات . (المعرِّب)

« الهندية » أمر يعتريه الشك والغموض ، وقد اشار بعض الكتاب إلى أن كلمة « هندى » لاتعنى بالضرورة أن الأرقام نشأت فى الهند حيث إن هذه الكلمة كانت لها معان كثيرة عند العرب ، ولقد يكون جديراً بالذكر أن نشير هنا إلى أن أول كتاب عربى جاء بالأرقام العربية كتب عام ٨٧٤ م ، بينما ظهر أول كتاب هندى يحتوى على هذه الأرقام بعد تاريخ الكتاب العربى بعامين(١٩) .

قدّم تراث المسلمين للعالم فيضين عظيمين من الإنجازات البشرية ألا وهما لغة جديدة للعدد من الشرق ، وأصول الرياضيات من الغرب(٢٠) ، وسواء نُسب اكتشاف الأرقام إلى الهنود أو إلى المسلمين فمن المسلّم به على وجه اليقين أن رياضى المسلمين هم الذين استخدموا هذه الأرقام وأدخلوا النظام العشرى وعلّموهما للعالم أجمع . إنّ الفكرة الفذّة التى يُعبّر بمقتضاها عن جميع الأعداد باستخدام عشرة رموز ، حيث يتخذ كل رمز قيمة ناشئة عن موضعه أو موقعه* بالإضافة إلى قيمة مطلقة ، إنّ تلك الفكرة قد فاتت علماء مدرسة الإغريق وعلماء مدرسة الإسكندرية .

إنّ نظام الترقيم العربى الذى يقوم على فكرة منازل العدد يُعدُّ واحداً من أكثر نتائج الفكر البشرى عطاءً ، ويستحق أعلى درجات الإعجاب ، إنّ بساطة الترقيم تعتبر واحدة من أعظم منجزات العقل الإنسانى ، فالترقيم فى يد المحلّل المحنّك يصير أداة فعّالة « لاستخراج الحقائق الخفيّة والقوانين الغامضة من باطن الطبيعة »(٢١) . يقول لى إميرسون بوير :

« إنّه بدون (الأرقام) لم يكن لنا أبداً أن نحلم بكثير من الفنون ، ولكانت الرياضيات لاتزال فى مهدها ، وبالأرقام يصبح المرء مسلّحاً بقوة كقوة الرسل ، فيتنبأ بأحداث الكسوف ، ويشير إلى كواكب جديدة لم ترها عدسات المناظر

---

* أى حسب وقوع الرقم فى خانة الآحاد أو خانة العشرات أو المئات وهلم جرا (المعرِّب) .

بعيدة المدى (التليسكوبات) ، ويحدد مسارات الأجسام المتجولة على غير نظام معروف فى الفضاء ، ويقدّر الأزمنة والأحقاب التى انقضت منذ أن أفاض الخالق النور على الكون . إنّ الفتنا لهذه الأرقام منذ الطفولة يقلّل من تقديرنا لروعتها الفلسفية واهميتها البالغة من الوجهة العملية ، فإن نحن حُرمنا منها لفترة وجيزة وأُجبرنا على استخدام الطريقة الشاقة للنظم الأخرى لأمكننا أن نكوِّن فكرة أقرب إلى الواقع للمزايا والفوائد التى قدّمها هذا الاختراع للبشرية »[٢٢] .

ويستعمل اليوم نظام للعد على جانب كبير من القوة فى العمليات الحسابية ، تطوّر على مهل وتلقّى إسهامات كثير من الحضارات ، إلاّ أنّه يُعرف بنظام العد العربى لأنّ المسلمين قدّموا له إسهامات عظمى . إن نظام الترقيم العربى أهل للدراسة للأسباب الآتية :

١ ـ لنشهد ونقدّر « جمال » ومنطقية هذا النظام .
٢ ـ لنتوصّل إلى فهم أفضل ومعرفة أوفى للنظام الذى ألفناه منذ طفولتنا .
٣ ـ لنقف على تأثير المنازل على هذا النظام[٢٣] .

المسلمون يقدِّمون الصِّفر

لا يوجد بين مجموعة الأرقام العربية رقم أكثر أهميةً من الصفر ، ويعنى الصفر عند العرب الفراغ ، وهو وإن كان يستعمل كرمز للعدم إلاّ أنّه فى حقيقة الأمر يحمل بين طياته معنى أكثر من ذلك ، فالفرق الظاهرى بين العدد ٥ والعدد ٥٠ ينحصر فى الصفر ، بيْد أنّ هذا الرمز المعبِّر عن الصفر يعدُّ واحدًا من أعظم الابتكارات الرياضية* ، فبتركيبه مع رموز الأرقام التسعة يقدِّم أعدادًا ذات قيم لا حصر لها . لقد أدى اختراع الصفر إلى فتح الطريق إلى المفهوم الشامل للأعداد

* **تعليق** : جاء ذكر « الصفر » فى كتاب « السند هند » الذى ألفه الرياضى والفلكى الهندى الشهير براهما جوبتا (Brahmagupta) ، والتسمية العربية « السند هند » ماهى إلاّ تطويع للعنوان الأصلى (Brahma-sphuta-Siddhanta) وكان الخليفة المأمون قد أمر بنقل الكتاب إلى العربية ، وكان رمز الصفر فى هذا الكتاب يتخذ شكل النقطة أو الدارة الصغيرة .

ويذكر ابن النديم فى كتابه « الفهرست » عند كلامه على قلم السند أن رجلاً يجول فى بلادهم أخبره أنهم يستعملون تسعة أشكال للرمز إلى الأعداد من الواحد إلى التسعة ، ثم يعيدونها وتحت كل منها نقطة لتمثل الأعداد من العشرة إلى التسعين ، وكذلك يعيدونها مرة ثالثة وتحت كل منها =

الجبرية الموجبة والسالبة المستعملة فى الحسابات ، وفى التعريف بالشحن والتفريغ الكهربيين ، وفى الملاحة الخ .

إنّه من الأمور المثيرة أنّ أول مثال هندى للصفر وجد فى نقش يرجع تاريخه إلى عام ٨٧٦ م فى جواليور (Gwalior) ، بينما ظهر أول صفر فى العصر الإسلامى فى مخطوط كتب عام ٨٧٣ م ، وبدون الصفر يُصبح أى نظام للعد أكثر صعوبة وتعقيدًا . لقد احتاجت أوروبا فترة من الزمان بلغت قرنين ونصف قرن كى تقبل الصفر وتعترف به هدية من المسلمين ، حيث لم يجد علماء الرياضيات الأوربيون معنى لتمثيل رياضى خالى المحتوى كمفهوم الصفر ، ولم يُقْدِم هؤلاء العلماء فى الواقع على استخدام الصفر والأخذ بالنظام العشرى إلا فى أواخر القرن الثانى عشر للميلاد [٢٤] .

ولقد اعتبر أهل الهند المكان «فارغًا» إذا لم يشغله شىء ، ومن ثمّ استعملوا كلمة سونيا Sunya (وتعنى فارغًا) للدلالة على الصفر[٢٥] ، وقد ترجم المسلمون الكلمة الهندية Sunya إلى كلمة «صفر» . ولما كتب فيبوناشى (Fibonacci) أو ليوناردو المنتمى إلى بيزا (Leonardo of Pisa) كتابه « Liber Abaci » عام ١٢٠٢ م عبَّر عن رمز الصفر بكلمة « Zephirum » ، وجاء بعده بقرن من الزمان ماكسيموس بلانودس (Maximus Planudes) (١٣٤٠ م) ليشير إلى الصفر بكلمة « Tzipha » التى ظلت مستعملة حتى وقت متأخر ، حتى أواخر القرن السادس عشر . وفى اللغة الإيطالية سُمِّى الصفر : Zephiro و Cenero و Zenero ، ومنذ القرن الرابع عشر أصبحت كلمة « Zero » هى الكلمة الشائعة الاستعمال كما جاء فى سجلات كالندرى (Calnadri) عام ١٤٩١ م ولوقا باكيسلى (Luca Pacisli) عام ١٤٩٤ م . أمّا كلمة « nulla » فقد

= نقطتان للدلالة على الأعداد من المائة إلى التسعمائة ، وعلى نفس القياس يزيدون النقاط تحت الرموز ليكتبوا بها ما يشاءون من الأعداد .

يبدو جليًا أن استعمال أهل الهند للنقطة كان القصد منه التمكين من الاقتصار على الرموز التسعة مع التمييز بين مجموعاتها المتزايدة فى المقدار ، وهى خطوة على طريق منازل العدد ، أى ان أهل الهند قد اهتدوا إلى الصفر إلاّ أنهم لم يهتدوا إلى فكرة المواضع أو الخانات ، أى إلى منزلة العدد والنظام العشرى للترقيم الذى يرجع الفضل فى وضعه بغير منازع للعرب . (المعرِّب)

ظهرت فى الترجمات الإيطالية لكتابات المسلمين فى القرن الثانى عشر ، كذا فى الترجمات الفرنسية (Triparty و Chuquet) والألمانية فى القرن الخامس عشر . كذلك فإنّ كلمة « Cipher » بقيت مستعملة بمعنى الصفر فى كتابات أدريان ميتييه (Adrian Metiers) عام ١٦١١ م ، وهريجون (Herigone) عام ١٦٣٤ م ، وكافاليرى (Cavalieri) عام ١٦٤٣ م ، وأويلر (Euler) عام ١٧٨٣ م ، حتى ان الكلمة الألمانية الأكثر حداثة « Ziffer » قد أدخلت منذ زمن قريب ، ويطلق على رمز الصفر فى الغرب كلمة « Cipher » وكذا كلمة « naught » ، ويسمح الاستعمال الحديث إطلاق « O » عليه ، وهو عَوْدٌ ممتع إلى الاسم الإغريقى Omicron [٢٦] .

كان من الضرورى قبل إدخال رمز الصفر استخدام أوراق أو حبَّات فى أعمدة للحفاظ على الأرقام فى مواضعها المناسبة ، وعلى ذلك فإنَّ الأرقام المبينة فى شكل ٣,٢ تمثل على التوالى : ٢٠٣ ، ٤٠٢٠ ، ١٠٠ ، حيث إن الصفر يحفظ الأرقام الأخرى فى منازلها الصحيحة .

٣		٢	
	٢		٤
		١	

شكل ٣,٢ ــ طريقة المنازل

ولقد كان الرمز الهندى للصفر هو ⊙ (نقطة داخل دائرة) ، أمّا فى الإمبراطورية الإسلامية فقد كانت هناك عدَّة أشكال مستعملة فيما بين المشرق الإسلامى (آسيا وبغداد) والمغرب الإسلامى (شمال أفريقيا وأسبانيا) ، ففى المشرق الإسلامى كان يجرى تمثيل الصفر بنقطة ، أما مجموعة الرموز المستخدمة فكانت ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩* ، ٠ ، وعلى خلاف

* كانت تعرف فى المشرق العربى بالأشكال التسعة الهندية . (المعرِّب)

ذلك كان المغرب العربى يتخذ من الدائرة رمزًا للصفر ويستخدم لمجموعة أرقامه الأشكال 1 ، 2 ، 3 ، 4 ، 5 ، 6 ، 7 ، 8 ، 9 ، 0 [٢٨] * .

أدّت جهود علماء المسلمين إلى التوصُّل إلى نظام العد العشرى وإدخاله إلى العالم المتحضرّ . إنّه نظام يُمثِّل فيه الصفر حجر الزاوية ، ويؤدى إلى تبسيط هائل فى العمليات الحسابية .

العمليـات

اتخذ المسلمون نفس التعاريف الإغريقية للعمليات الحسابية ، إلاَّ أنهم استخدموا أساليب من صنعهم ، وقد تبدو بعض الطرائق معقدة وغير مألوفة بعض الشىء حيث إنها كانت مبنية على تحليل مسبق لتركيب العدد[٣٠] .

الضـرب

كان الضرب على طريقة أهل الهند غاية فى التعقيد ، فإذا أريد مثلاً ضرب ٥٦٩ فى ٥ ، فإن طريقتهم العامة كانت على الوجه التالى :

٥ × ٥ = ٢٥ ، ٥ × ٦ = ٣٠ ، مما يُعدِّل ٢٥ إلى ٢٨

٥ × ٩ = ٤٥ ، ومن ثمّ يجب أن يزيد الصفر بمقدار ٤ ، فيكون حاصل الضرب ٢٨٤٥[٣١] .

---

* **تعليق** : كانت تعرف فى المغرب العربى بالأشكال التسعة الغبارية ، وقد جاء وصف لهذه الأشكال فى كتاب « بغية الراغب فى شرح مرشدة الطالب » للشيخ عبد الله العجمى الشِّنشورى (المتوفى سنة ١٥٩٠ م) فى مخطوط المكتبة الأحمدية بحلب رقم ٢٤٢ ، صفحة ٦ .

يقول الشِّنشورى إن بعضهم نظمها فقال :

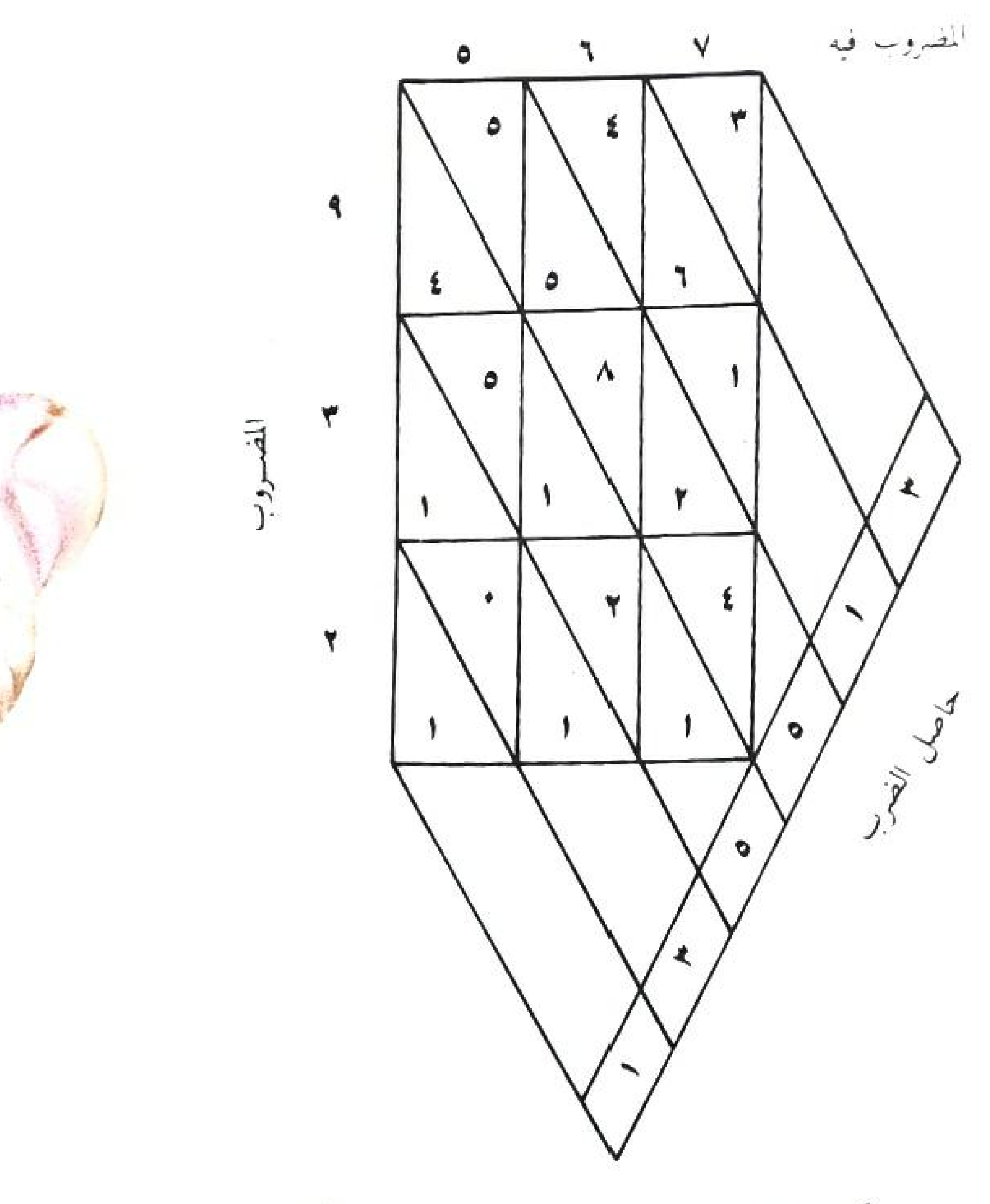
ألف وحـا ثم حج بـعـده — عو وبـعـد الـعو عين تُـرسم
هـا وبـعـد الها شـكـل ظـاهـر — يـبـدو كـخـطـاف إذ هو يُرقم
صـفـران ثامنها وقد ضُمَّا معا — والواو تـاسـعـهـا بـذلك تُـختم

ويستطرد الشنشورى قائلا إن بعضهم نظمها فى بيت واحد فقال :

ألف وحـا حج فـعو عين هـا — مـقـلوب واو صـفـران وواو

(المعرِّب)

وعلى العكس من ذلك كانت طريقة المسلمين فى عملية الضرب غاية فى البساطة ميسورة فى الأداء ، حيث إنهم استخدموا طريقة الشبكة ، وفيها يقسَّم لوح الحساب إلى مربعات على نمط رقعة الشطرنج ، يضاف إليها رسم الأقطار[٣٢] . ويوضح شكل ٣.٣ طريقة ضرب ٢٣٩ × ٥٦٧ ، فلإيجاد حاصل الضرب بهذه الطريقة تتبع الخطوات الآتية : يُكتب العددان المطلوب إيجاد حاصل ضربهما فى أعلى المستطيل وإلى يساره ، ويتكوَّن حاصل ضرب كل خلية بأخذ حاصل ضرب عنصر الصف فى عنصر العمود وتسجيل رقم الآحاد إلى أعلى



شكل ٣.٣ ـ عملية الضرب باستخدام طريقة الشبكة

الخط القطرى ، ورقم العشرات إلى أسفله ، ويتعيَّن حاصل ضرب العددين الأصليين بجمع الأعداد فى كل قطر مع الإضافة لما يليه إن لزم الأمر.

القسمة

درس فيبوناشى (Fibonacci) فى المدارس الإسلامية ، وفى عام ١٢٠٢ م أدخل الأرقام العربية إلى أوروبا[٣٣] ، وقد عالج فيبوناشى عدة حالات لعملية القسمة أولاها القسمة على عدد مكوّن من رقم واحد ، حيث قام بقسمة ١٠٠٠٤ على ٨ على سبيل المثال بوضع خارج القسمة أسفل المقسوم عليه والمتبقى فوق المقسوم :

٤
١٠٠٠٤
٨
١٢٥٠

وينصح فيبوناشى بقسمة عناصر العدد كلما كان ذلك ممكنًا ، وعندما يكون المقسوم عليه أكبر من ١٠ يقترح فيبوناشى استخدام أقرب مضاعفات العشرة كرقم تجربة للمقسوم عليه ، وقد أخذ فيبوناشى هذه الأفكار عن المسلمين[٣٤] .

إنَّ طريقة المسلمين فى القسمة المطوّلة والتى تتطلب مهارة خبير فى الرياضيات هى أقدم طريقة للقسمة المطوَّلة عرفت فى الدولة الإسلامية ، ونقدِّم فيما يلى مثالاً لتوضيح هذه الطريقة ، فلقسمة ١٧٩٧٨ على ٤٧٢ تُقسَّم صفحة الورق إلى عدد من الأعمدة الرأسية يساوى عدد الأرقام فى العدد الجارى قسمته والذى يكتب عند رأس الصفحة ، فى حين يكتب العدد المقسوم عليه أسفل الصفحة بحيث يوضع الرقم الأخير من كل من العددين عند الجانب الأيسر من الصفحة ، ونبدأ بقسمة العمود إلى أقصى اليسار ، فنقسم ١ على ٤ ليكون الحاصل صفرًا ، فيكون الرقم الأول (من جهة اليسار) لخارج القسمة هو الصفر ، ويُكتب تحت أول أرقام المقسوم عليه كما هو مبين فى شكل ٣,٤ أ ، ثم تعاد كتابة المقسوم عليه ٤٧٢ أعلى موضعه السابق مباشرة مع إزاحته خانة واحدة إلى اليمين كما فى شكل ٣,٤ ب ، بعد ذلك نجد أن ٤ تقسم ١٧ أربع مرات ، ولكن بالتجربة يتضح أن الرقم ٤ أكبر من أن يكون أول رقم (جهة اليسار) لخارج القسمة ، فيُختار الرقم

٣ الذى يُكتب أسفل أول أرقام المقسوم عليه (فى وضعه المزاح) إلى جوار رقم خارج قسمة الخطوة السابقة ، ويبيّن شكل ٣,٤ ب عملية ضرب المقسوم عليه فى الرقم ٣ ثم طرح حاصل الضرب هذا من العدد الجارى قسمته ليكون الباقى ٣٨١٨ . ويجرى تكرار هذه العملية بقسمة ٣٨١٨ على ٤٧٢ لنحصل على خارج القسمة النهائى ٣٨ والمتبقى ٤٢ كما هو مُفصَّل فى شكل ٣,٤ جـ الذى يعرض جميع خطوات عملية القسمة المطوَّلة .

الكســور

تظهر أول معالجة لموضوع الكسور الاعتيادية فى كتاب ليلافاتى (Lilavati) (١١٥٠ م) للرياضى الهندى بهاسقارا الثانى ((Bhaskara II)) ، حيث يكتب البسط إلى أعلى والمقام أو المخرج إلى أسفل دون أن يفصل بينهما خط ، فعلى سبيل المثال كان يكتب الكسر $\frac{٣}{١١}$ أو ٣/١١ على النحو الآتى :

٣
١١

أمّا الأعداد المختلطة أى الأعداد المكوَّنة من أرقام صحيحة وأخرى كسرية ، فكانت تكتب بحيث يكون العدد الصحيح أعلى الكسر ، فكان العدد المختلط ٨ $\frac{٣}{٤}$ مثلاً يكتب هكذا :

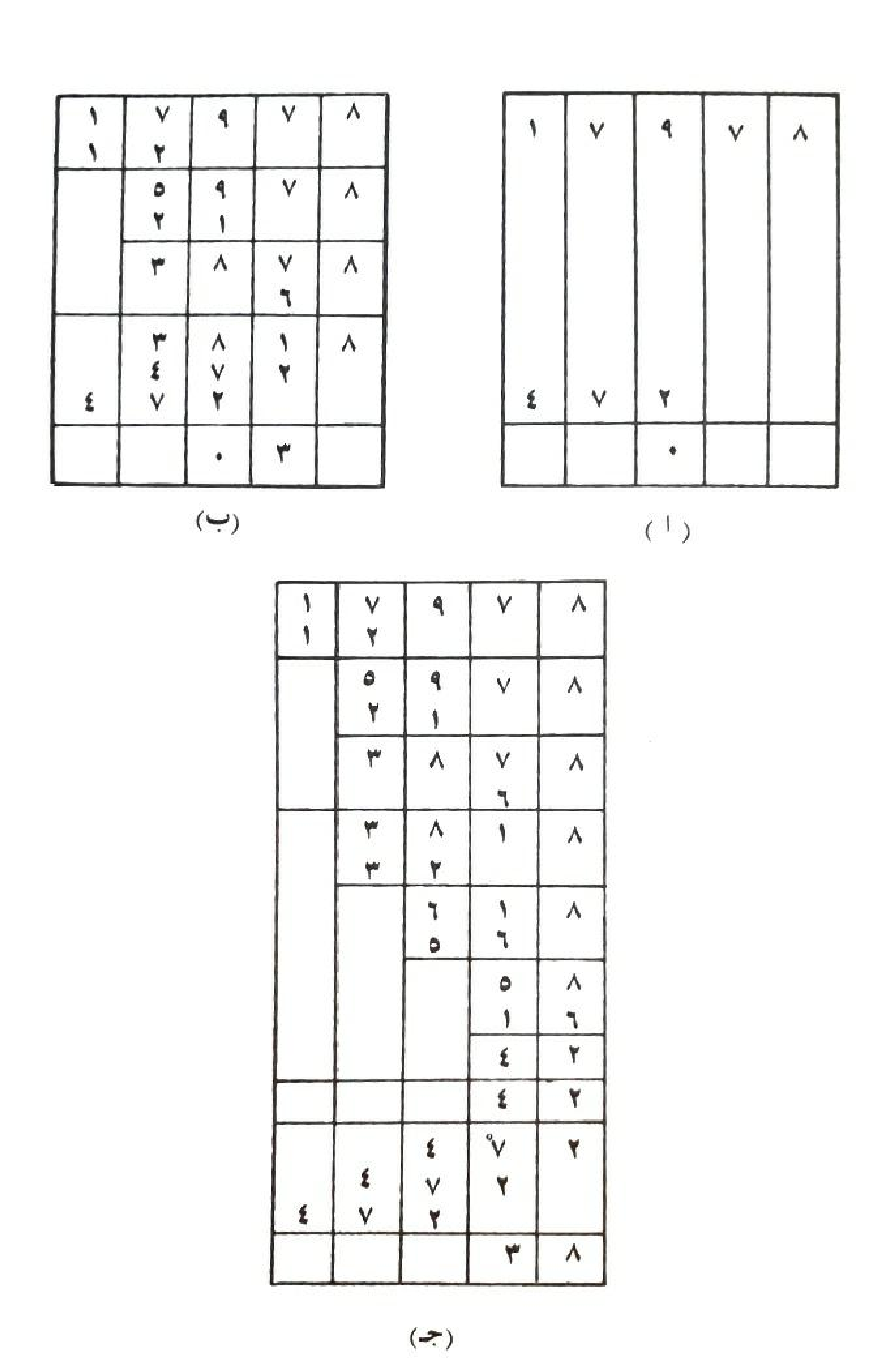
٨
٣
٤

ويرجع الفضل فى إدخال الخط الفاصل لعلماء المسلمين ، ففى طريقتهم كان يكتب الكسر ٣/٤ ، ولبيان ٣ + ٣/٤ كان يكتب العدد المختلط ٣ $\frac{٣}{٤}$.

أمّا الكسور العشرية فإنّ الفضل فى أول استخدام لها يرجع إلى علماء الرياضة المسلمين* . يقول لويس شارلز كاربنسكى (Louis Charles Karpinski) :

---

* **تعليق** : من رواد العلماء المسلمين الذين تعرضوا بالدراسة لموضوع الكسور العشرية نذكر على سبيل المثال أبا الحسن أحمد بن ابراهيم الإقليدسى من القرن العاشر للميلاد ، وابن طاهر البغدادى (المتوفى عام ١٠٣٧ م) ، وجمشيد بن مسعود الكاشى (المتوفى عام ١٤٣٦ م) الذى تمكن من حساب النسبة التقريبية (ط أو π) بدقة فائقة حيث توصّل فى كتابه « الرسالة المحيطية » إلى القيمة ط = ٣,١٤١٥٩٢٦٥٣٥٨٩٨٧٣٢ وهى صحيحة لاثنى عشرة خانة عشرية . (المعرّب)



شكل ٣،٤ ـ مثال للطريقة العربيّة فى القسمة المُطوَّلة .

« إنّ طريقة تمثيل الكسور مبنيّة بكل تأكيد على أشكال عربية .... إنّ الكلمة العربية « الكسر » مشتقة من فعل كَسَرَ ، وقد كان الكتّاب الأوائل فى الحساب (algorism) يستخدمون عادة كلمة « fractio » ، بينما استخدم كلٌّ من ليوناردو المنتمى إلى بيزا (Leonardo of Pisa) وجون المنتمى إلى مير (John of Meurs) وهو من القرن الرابع عشر ، استعمل كلاهما كلمتى « fractio و minutum ruptus » . (٣٥)

الأعـداد المتحابّة*

يقال عْلى زوج من الأعداد إنهما متحابان إذا كان مجموع عوامل أحد العددين مساويًا للعدد الآخر ، والعكس بالعكس ، فيكون العددان M ، N عددين متحابّين عندما يكون : $\mathfrak{S}(N) = M$ وكذلك $\mathfrak{S}(M) = N$ (٣٦) . وعلى سبيل المثال فالعددان ٢٢٠ ، ٢٨٤ يمثلان زوجًا من الأعداد المتحابّة ، حيث إن عوامل العدد ٢٨٤ هى ١ ، ٢ ، ٤ ، ٧١ ، ١٤٢ ومجموعها يساوى ٢٢٠ ، وبالمثل فعوامل العدد ٢٢٠ هى ١ ، ٢ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ ، ١١ ، ٢٠ ، ٢٢ ، ٤٤ ، ٥٥ ، ١١٠ ومجموعها يساوى ٢٨٤ .

---

* **تعليق** : درس علماء المسلمين كذلك الأعداد الزائدة والتامة والناقصة حيث وصلتهم أعمال الإغريق فى خواص الأعداد من كتاب « المدخل إلى علم العدد » لنيقوماخس الجاراسينى الذى نقله إلى العربية ثابت بن قرة (نشره الأب ولهلم كوتش اليسوعى ، المطبعة الكاثوليكية ببيروت عام ١٩٥٨) ، ويشير هذا الكتاب إلى طريقة لإيجاد الأعداد التامة التى يكون فيها مجموع العوامل المكوِّنة للعدد يساوى العدد نفسه (مثل الرقم ٦ والرقم ٢٨) .

هذا وقد قدم بهاء الدين العاملى (١٥٤٧ ـ ١٦٢٢ م) قاعدة مبتكرة لتعيين الأعداد التامة ، وهى قاعدة ثبتت صحتها حتى البلايين على الأقل ، وقد أمكن باستخدام هذه القاعدة تعيين الأعداد التامة السبعة الأولى (راجع كتاب « رياضيات بهاء الدين العاملى » للدكتور جلال شوقى ، نشر معهد التراث العلمى العربى ، جامعة حلب ، عام ١٩٧٦ م ، الصفحات ١٢٣ ـ ١٢٧) (المعرِّب)

هذا ويجيء ذكر الأعداد المتحابة مرارًا فى الكتابات الرياضية لعلماء المسلمين حيث إنها تلعب دورًا هامًا فى السحر والتنجيم ومعرفة الطالع والعرافة والطلاسم والتمائم(٣٧) ، ولقد كانت الأعداد المتحابة إحدى هوايات أبي زيد عبد الرحمن ابن خلدون الذي ولد فى تونس عام ١٣٣٢ م(٣٨) . ويقول ابن خلدون إن المشتغلين بالطلاسم والتمائم يؤكدون أن العددين المتحابين ٢٢٠ ، ٢٨٤ لهما تأثير على زيادة الترابط وتوثيق الصداقة والمودة بين الأفراد(٣٩) .

كان القرن التاسع للميلاد عصرًا رائعًا لرياضيات المسلمين ، حيث لم يقتصر على بزوغ نجم الخوارزمى فى النصف الأول منه فحسب ، وإنمّا شهد هذا القرن كذلك ثابت بن قرّة (٨٢٦ – ٩٠١ م) فى نصفه الثانى ، فإنه إن شابه الخوارزمى إقليدس (Euclid) كمؤلِّفٍ للأصول ، فإنَّ ثابت بن قرّة كان النظير العربى لپاپوس (Pappus) المعلّق على الرياضيات العليا(٤٠) .

إنّ العالم الشهير ثابت بن قرة قد اشتغل أيضًا بالأعداد المتحابة ، وكان أول مؤلف يذيع صيته ويعلو قدره فى تلك الفترة ، وإليه يُعزى فضل نقل أعمال علماء الإغريق من أمثال إقليدس (Euclid) وأرشميدس (Archimedes) وأبولونيوس (Apollonius) وبطليموس (Ptolemy) وأوتوسيوس (Eutocious) إلى اللغة العربية(٤١) ، ولولا جهوده الفذّة لكان عدد الأعمال الرياضية الإغريقية المعروفة لدينا اليوم أقل عددًا ، ولكان على سبيل المثال عدد ما حفظ من كتب أبولونيوس فى القطوع كتبه الأربعة الأولى فحسب بدلاً من كتبه السبعة الأولى ، ولقد استوعب ثابت بن قرّة محتويات أمهات الكتب التى قام بترجمتها إلى الحد الذى مكّنه من اقتراح تعديلات وتعميمات لها ، كما أن ثابتًا قد توصّل إلى صيغة مبتكرة للأعداد المتحابة(٤٢) * نُبيِّنها فيما يلى :

* تعليق : يمكن الرجوع إلى كتابه « فى الأعداد المتحابة » ، مخطوط مكتبة أياصوفيا باستانبول ، رقم ٤٨٣٠ – ف ٧٦٥ ، مصوَّر بمعهد المخطوطات العربية بالقاهرة تحت رقم ١٨ رياضيات . وقد اشتغل بالأعداد المُتحابة كذلك كل من أبي القاسم مسلمة بن أحمد المجريطى (٩٥٠ – ١٠٠٧ م) ، وابن البنّاء المراكشى (١٢٥١ – ١٣٢١ م) . (المعرِّب)

إذا كانت أ ، ب ، جـ عوامل أولية وكانت متّخذة الصور الآتية :

أ = ٣ $(٢^{ن})$ ــ ١ ، ب = ٣ $(٢^{ن-١})$ ــ ١ ، جـ = ٩ $(٢^{٢ن-١})$ ــ ١

فإن أ ، ب ، جـ تمثل عوامل أولية مميّزة ، ويشكّل العددان $٢^{ن}$ أ ب ، $٢^{ن}$ حـ زوجًا من الأعداد المتحابة[٤٣] .

وعلى سبيل المثال لنأخذ ن = ٢ :

حيث إن أ = ٣ $(٢^{ن})$ ــ ١

∴ أ = ٣ $(٢^{٢})$ ــ ١ = ٣ × ٤ ــ ١ = ١١

وحيث إن ب = ٣ $(٢^{ن-١})$ ــ ١

= ٣ $(٢^{٢-١})$ ــ ١ = ٥

وحيث إن جـ = ٩ $(٢^{٢ن-١})$ ــ ١

= ٩ $(٢^{٤-١})$ ــ ١

= ٩ × ٨ ــ ١ = ٧١

وحيث إن زوج الأعداد المتحابة هو $٢^{ن}$أب ، $٢^{ن}$حـ يكون هذا الزوج لقيمة ن = ٢ هو :

$٢^{٢}$ × ١١ × ٥ = ٢٢٠ ؛ $٢^{٢}$ × ٧١ = ٢٨٤ .

جمع الأعداد الطبيعية

قدّم عالم الرياضيات المسلم الكرخى صيغًا لجمع الأعداد الطبيعية إلى ن من هذه الأعداد وكذلك مجموع مربعاتها ومكعباتها[٤٤] * على الوجه التالى :

$$١ + ٢ + ٣ + \ldots + ن = \frac{ن\,(ن + ١)}{٢}$$

$$١^{٢} + ٢^{٢} + ٣^{٢} + \ldots + ن^{٢} = \frac{ن\,(ن + ١)\,(٢ن + ١)}{٦}$$

* **تعليق** : كان مجموع هذه المتواليات معروفًا عند فيثاغورس الإغريقى (٥٨٠ ــ ٥٠٠ ق م) وربما أيضًا عند أريابهاتا الهندى (ولد عام ٤٧٦ م) ، إلاّ أن الكرخى كان أول علماء المسلمين الذين أقاموا البرهان على مجموع مربعات ومكعبات الأعداد الطبيعية ، أما مجموع هذه الأعداد مرفوعة إلى الدرجة الرابعة فيرجع الفضل فى إيجاده للحسن بن الهيثم (٩٦٥ ــ ١٠٣٨ م) . =

$$١^٣ + ٢^٣ + ٣^٣ + \cdots + ن^٣ = \frac{ن^٢ (ن + ١)^٢}{٤}$$

تلخيــص

يعتقد المؤلف أنَّ الحساب يُشكِّل جانبًا هامًّا من حياتنا اليومية حيث إنه يواجه المتطلبات العملية ، وينوّه ر .ل . جودستين أنه بدون الأعداد يصبح التعامل فى غاية المشقة والتعقيد ، إلاّ أن لغة تفتقر إلى تعبيرات للأعداد يمكنها بالرغم من ذلك التعبير عن كل شيء يمكن قوله فى سياق التعبير السائد(٤٥) ، ويؤمن كونانت أن المسلمين قد نشروا طريقتهم فى العدّ بطريقة يسهل معها اكتشاف تأثيرهم دون جهد(٤٦) .

يحتل تطوير طريقة الترقيم الهندية العربية وإدخالها إلى أوروبا مركزًا متميزًا بين إسهامات المسلمين فى علم الحساب ، كما أن نظام منازل العدد ومفهوم الصفر الذى يحفظ هذه المنازل ، وإدخال الرمز الحديث للكسور الاعتيادية واستخدام الكسور العشريّة إنْ هى إلاّ قليل من كثير من إسهامات علماء المسلمين فى الحساب .

= هذا وقد تعرّض السّموأل المغربى (المتوفى عام ١١٧٥ م) بالدراسة المستفيضة لصور أخرى من المتواليات الحسابية وذلك فى كتابه « الباهر فى الجبر » (تحقيق وتحليل صلاح أحمد ورشدى راشد ، نشرته وزارة التعليم العالى بدمشق عام ١٩٧٢) ، كما جاء ذكر عدد من هذه المتواليات فى كتابات كل من ابن البنّاء المراكشى « تلخيص أعمال الحساب » (تحقيق الدكتور محمد سويسى ، منشورات الجامعة التونسية عام ١٩٦٩) ، وابن الهائم المصرى (١٣٥٢ ـ ١٤١٢ م) فى شرحه للأرجوزة الياسمينية فى الجبر (لابن الياسمين) ، وذلك على سبيل المثال لا الحصر .

أما جمع المتوالية الهندسية ذات أساس = ٢ ، فقد توصّل إليه أبو الريحان البيرونى ، ويشار إلى هذه المتوالية بالنسبة الشطرنجية نسبة إلى قصة مخترع لعبة الشطرنج الذى طلب أن تكون مكافأته بواقع حبة فى الخانة الأولى تتضاعف على التوالى فى كل من الخانات التالية حتى الخانة ٦٤ ، أى انه طلب مكافأة تساوى مجموع المتوالية :

$(١ + ٢ + ٢^٢ + ٢^٣ + \cdots\cdots + ٢^{(٦٤ - ١)})$ ويساوى $(٢^{٦٤} - ١)$

وقد جاء المجموع العددى لهذه المتوالية على سبيل المثال فى شرح الشنشورى على كتاب ابن الهائم « مرشدة الطالب إلى أسنى المطالب » (مخطوط المكتبة الأحمدية بحلب ـ رقم ١٢٤٢ ، الصفحات ٢٥ أ حتى ٢٦ ب) ، وذلك على النحو التالى :

١٨ ٤٤٦ ٧٤٤ ٠٧٣ ٧٠٩ ٥٥١ ٦١٥

(المعرِّب)

Notes الملاحظات :

1. John Desmond Bernal, *Science in History* (London, C.A. Watts and Company, 1957), p.79. – ١

2. Robias Dantzig, *Number, The Language of Science* (Garden City, New York, Doubleday and Company, 1956), p.38. – ٢

3. David Eugene Smith and Louis Charles Karpinski, *The Hindu-Arabic Numerals* (Boston, Ginn and Company, 1911), p.10. – ٣

٤ – ابن النديم : «الفهرست لابن النديم» ، الحاج مصطفى محمد ، القاهرة عام ١٨٠٠ م ، صفحتا ٣٧١ ، ٣٧٢ .

4. Ibn Al-Nadim, *Al-Fahrast Li Ibn Al-Nadim* (Cairo, AL-Haj Mustafa Muhammed, 1800), pp.371-2.

٥ – يوحنا قامر : «فلاسفة العرب» ، المكتبة الشرقية ، بيروت عام ١٩٥٧م ، صفحة ٥ .

5. Yuhana Gamir, *Falasifat Al-Arab* (Beirut, Al-Muktabat Ash shargiyah, 1957), p.5.

6. Franklin Wesley Kokomoor, *Mathematics in Human Affairs* (New York, Prentice-Hall, 1945), p.172. – ٦

7. Philip K. Hitti, *Makers of Arab History* (New York, Harper and Row Publishers, 1968), p.187. – ٧

8. George N. Atiyah, *Al-Kindi: The Philosopher of the Arabs* (Karachi, Al-Karami Press, 1966), p.185. – ٨

9. Oystein Ore, *Number Theory and its History* (New York, McGraw-Hill Book Company, 1948), p.185. – ٩

10. Florence A. Yeldham, *The Story of Reckoning in the Middle Ages* (London, George C.Harrap and Company, 1926), p.64. – ١٠

11. Bodleian Library, Oxford, England, Marsh MSS, 489, fol. 145^r-166^r. – ١١

12. Charles Singer, *A Short History of Scientific Ideas to 1900* (London, Oxford University Press, 1968), p.162. – ١٢

13. David Eugene Smith, *Number Story of Long Ago* (Washington, D.C., The National Council of Teachers of Mathematics, 1962), p.v. – ١٣

14. Howard Franklin Fehr, *A Study of the Number Concept of Secondary School Mathematics* (Ann Arbor, Michigan, Edwards Brothers, 1945), p.14. – ١٤

15. Jane Muir, *Of Men and Number: The Story of the Great Mathematicians* (New York, Dodd, Mead and Company, 1961), p.28. – ١٥

16. Houston Banks, *Elements of Mathematics* (Boston, Allyn and Bacon, 1969), 3rd edn., pp.66-7. ١٦ -

17. Florian Cajori, *A History of Mathematical Notations* (La Salle, Illinois, The Open Court Publishing Company, 1928), Vol. I,p. 29. ١٧ -

18. Mayme I. Logsdon, *A Mathematician Explains* (Chicago, Illinois, The University Press, 1935), p.43. ١٨ -

19. Abdel Salam Said, 'We Remember that Western Arithmetic and Algebra Owe Much to Arabic Mathematicians,' *Arab World*, V, Nos. 1-2, (January-February 1959), 5. ١٩ -

20. Lancelot Hogben, *Mathematics for the Millions* (New York, W. W. Horton and Company, 1946), p.235. ٢٠ -

21. Lee Emerson Boyer, *Mathematics: A Historical Development* (New York, Henry Holt and Company, 1949), pp.29-31. ٢١ -

22. Ibid. ٢٢ - نفس المرجع السابق .

23. Donald Merrick, *Mathematics for Liberal Arts Students* (Boston, Princle, Weber and Schmidt, 1970), p.104. ٢٣ -

24. Rom Landau, *Arab Contribution to Civilization* (San Francisco, The American Academy of Asian Studies, 1958), p.29. ٢٤ -

25. C.B. Boyer, 'Zero: The Symbol, The Concept, The Number,' *National Mathematics Magazine*, XVIII (1944), pp.323-30. ٢٥ -

26. Marie Haden, 'A History of Our Numerals and Decimal System of Numeration, (unpublished Master's Thesis, George Peabody College for Teachers, 1931), p.25. ٢٦ -

27. A. Hooper, *The River Mathematics* (New York, Henry Holt and Company, 1945), pp.13-14. ٢٧ -

٢٨ - توفيق الطويل : «العرب والعلم» ، مكتبة النهضة المصرية ، القاهرة عام ١٩٦٨ م ، صفحة ٦١ .

28. Tawfiq Al-Tawil, *Al-'Arab wa Al-'ilm* (Cairo, Maktabat Al-Nahdah Al-Misriyah, 1968), p.61.

29. H. E. Slaughter, 'The Evaluation of Numbers-An Historical Drama in Two Acts,' *The Mathematics Teacher*, XXI (October 1928), pp.307-8. ٢٩ -

30. Rene Taton, *History of Science: Ancient and Medieval Science-From the Beginnings to* 1450 (New York, Basic Books, 1963), Vol. I, p.406. ٣٠ -

31. Florian Cajori, *A History of Mathematics* (New York, The Macmillan Company, 1924), p.90. ٣١ -

32. Robert W. Marks (ed.), *The Growth of Mathematics From Counting to* ٣٢ -

Calculus (New York, Bantam Books, 1964), p.100.

33. Philip K. Hitti, *The Near East in History-A 5000-Year Story* (New York, D. Van Nostrand Company, 1960), p.253. ٣٣ـ

34. Vera Sanford, *A Short History of Mathematics* (New York, Houghton Mifflin Company, 1930), pp.100-1. ٣٤ـ

35. Karpinski, op.cit. ٣٥ـ كاربنسكي في كتابه المشار إليه عاليه .

36. Oystein Ore, *Number Theory and Its History* (New York, McGraw-Hill Book Company, 1948), pp.98-9. ٣٦ـ

37. Ibid. ٣٧ـ نفس المرجع السابق .

38. Muhsin Mahdi, *The Khaldun's Philosophy of History: A Study in the Philosophic Foundation of the Science of Culture* (Chicago, The University of Chicago Press, 1954), p.27. ٣٨ـ

39. Leonard Eugene Dickson, *History of the Theory of Numbers: Divisibility and Primality* (Washington, D.C., Press of Gibson Brothers, 1919), Vol.I,p.36. ٣٩ـ

40. Carl B. Boyer, *A History of Mathematics* (New York, John Wiley and Sons, 1968), p.258. ٤٠ـ

41. George Sarton, *A History of Science* (Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1952), Vol.I,p.446. ٤١ـ

42. Boyer, op.cit. ٤٢ـ بوير في كتابه المشار إليه عاليه .

43. Howard Eves, *An Introduction to the History of Mathematics* (New York, Holt, Rinehart and Winston, 1969), p.220. ٤٣ـ

44. W. W. Rouse Ball, *A Short Account of the History of Mathematics* (New York, Dover Publications, 1960), pp.159-60. ٤٤ـ

45. R. L. Goodstein, 'The Arabic Numerals, Numbers, and the Definition of Counting,' *Mathematical Gazette*, XL (May 1956), 129. ٤٥ـ

46. Levi Leonard Conant, *The Number Concept* (New York, Macmillan and Company, 1923), p.70. ٤٦ـ

الفصل الرابع

الجبر

ليس من العدل فى حق روّاد الرياضيات أن نشيد بالأفكار الرياضية الحديثة ومع ذلك نشير إشارة عابرة إلى أولئك الذين بدأوا الخطوات الأولى وربما كانت أصعب الخطوات ، ويكاد يكون كل عمل مفيد فى الرياضيات تم اكتشافه قبل القرن السابع عشر إمّا قد جرى تبسيطه إلى الحد الذى أصبح معه اليوم جزءاً من كل برنامج مدرسى نظامى ، وإمّا أن يكون قد صار استيعابه كتفصيل لعمل أكثر شمولاً وعمومية(١) .

ترجم المسلمون العديد من أعمال الإغريق فى الرياضيات تمامًا كما فعلوا فى مجالات العلم الأخرى ، وقد اتجهوا فى نفس الوقت صوب الشرق فجمعوا كل ماكان متاحًا من علم فى بلاد الهند لاسيما فى الرياضيات(٢) ، وسرعان ما قدّم المسلمون إسهامات أصيلة فى مجال الجبر ثبت أنّها تشكّل أعظم إسهاماتهم المميزة فى الرياضيات(٣) .

تعريف الجبر :

يعتبر الجبر ذلك « الفرع من التحليل الرياضى الذى يعالج الكميات مع الرمز إليها بحروف »(٤) ، ويعرّف الجبر فى « مُعجم الرياضيّات » * على أنه « تعميم للحساب ، مثال ذلك أن الحقائق الحسابية ٢ + ٢ + ٢ = ٣ × ٢ ، ٤ + ٤ + ٤ = ٣ × ٤ وهكذا هى جميعًا حالات خاصة من النص الجبرى (العام) أن س + س + س = ٣ س ، حيث ترمز س إلى أى عدد »(٥) ، وقد عرّف العالم ابن

* Dictionary of Mathematics

خلدون الجبر على أنه « قسم » من الحساب* ، وهو صنعة يمكن بها الكشف عن المجهول من مجموعة المُعطيات طالما وجدت علاقة بينها[6] .

وفى القرن التاسع للميلاد كتب الخوارزمى العالم الرياضى المسلم مرجعه التقليدى العظيم « كتاب الجبر والمقابلة » ، وتعنى كلمة « الجبر » فى عنوان الكتاب نقل كمية من أحد طرفى معادلة إلى طرفها الآخر ، وتعنى كلمة « المقابلة » تبسيط الصيغ الناتجة[7] ، والمعنى الحرفى للجبر هو استعادة توازن المعادلة بنقل الحدود[8] ، ونظرًا لإعطاء الكتاب عنوانًا مزدوجًا ، فإنّ الإيضاح المُعطى يتضمّن تعليقًا على الكلمة الثانية « المقابلة » كما يتضمّن تعليقًا على الكلمة الأولى . ولنقتبس من كلمات دافيد أوجين سميث هذه السطور :

« إنّه فى القرن السادس عشر للميلاد وجدت كلمتا الجبر والمقابلة فى اللغة الإنجليزية على الصورة « algiebar » و « almachabel » ، كما أنهما اتخذتا صورًا أخرى ، بيْد أنها صارت فى نهاية الأمر على الصورة المختزلة « algebra » ، وتعنى هاتان الكلمتان الاستعارة (الجبر) والتناظر (المقابلة) ، وقد أعطى بهاء الدين (١٦٠٠ م) واحداً من أوضح تفسيرات استخدامهما وذلك فى كتابه « خلاصة الحساب»** : « تزاد الكمية المتأثرة بالعلامة السالبة كما يُزاد الطرف الآخر بنفس الإضافة وهذا هو الجبر ، وعندئذ تحذف الحدود المتساوية المتجانسة وهذا هو المقابلة »[9] .

---

* **تعليق** : يقول ابن خلدون فى الفصل الرابع عشر من مقدمته عند حديثه « فى العلوم العددية » : « ومن فروعه الجبر والمقابلة ، وهى صناعة يُستخرج بها العددُ المجهولُ من قِبَلِ المعلوم المفروضِ إذا كان بينهما نسبة تقتضى ذلك ... » (المعرِّب) .

** **تعليق** : يشير الأستاذ سميث هنا إلى كتاب « خلاصة الحساب » لبهاء الدين العاملى (١٥٤٧ - ١٦٢٢ م) ، حيث يقول العاملى فى الفصل الثانى من الباب الثامن : « والطرف ذو الاستثناء يكمل ، ويُزاد مثل ذلك على الآخر ، وهو الجبر ، والأجناس المتجانسة المتساوية فى الطرفين تُسقط منهما ، وهو المقابلة » (كتاب « رياضيات بهاء الدين العاملى » للدكتور جلال شوق ، معهد التراث العلمى العربى بجامعة حلب ، عام ١٩٧٦ ، صفحة ١٠٧) . (المعرِّب)

أى انه إذا كان : س^{٢} + ٥س + ٤ = ٤ − ٢س + ٥س^{٣}

فبالجبر نحصل على : س^{٢} + ٧س + ٤ = ٤ + ٥س^{٣}

وبالمقابلة نصل إلى : س^{٢} + ٧س = ٥س^{٣}

أصل تعبير « الجبر »

يرجع تاريخ كتابة مُؤلَّف الخوارزمى فى الجبر « كتاب الجبر والمقابلة » إلى عام ٨٢٠ م[١١] ، وقد عُرفت ترجمة لاتينية له فى أوروبا بعنوان الجبر « Al-Jabr »[١٢] ، وبذلك تحوَّلت الكلمة العربية « الجبر » إلى كلمة « Algebra »[١٣] .

الخــوارزمى :

كانت الدولة العربية مركزًا للنشاط العلمى من القرن الثامن إلى القرن الثالث عشر للميلاد ، أى ان هذا النشاط تمركز فى العالم الإسلامى لاسيما فى بلاط الخليفة المأمون[١٤] حيث كان للخوارزمى (٨٢٥ م) أبلغ أثر فى الفكر الرياضى عن أى مؤلِّف آخر فى العصر الوسيط ، وذلك بإيجاده لطريقة تحليلية لحل معادلات الدرجة الأولى والدرجة الثانية فى مجهول واحد ، وذلك بكل من الوسائل الجبرية والهندسية[١٥] .

ويشير العلامة سارطون فى كتابه « مقدمة فى تاريخ العلم » إلى النصف الأول من القرن التاسع الميلادى « بعصر الخوارزمى » لأنه ـ على حد قول سارطون ـ « كان أعظم رياضيى عصره ، وإذا ما أخذنا كل الظروف فى الاعتبار فإنه يُعدُّ واحدًا من أعظم الرياضيين فى كل العصور »[١٦] . وقد قال أ . ڤيدمان* : إنَّ أعماله ـ وجانب منها هام ومبتكر ـ تكشف فى شخصية الخوارزمى عن عبقرية علمية فذَّة »[١٧] .

وقد وَسَم دافيد أوجين سميث ولويس شارلز كاربنسكى العالِمَ الخوارزمى بالصفات الآتية :

---

* Eilhard Wiedemann

« ...... المعلم العظيم للعصر الذهبى لبغداد ، من أوائل كتاب المسلمين ممن جمعوا أمهات الكتب الرياضية فى الشرق والغرب على السواء وحافظوا عليها وأوصلوها فى النهاية إلى أوروبا الناهضة ، وكان هذا الرجل عالمًا عظيم القدر يدين له العالَم كثيرًا بمعارفه الحالية فى الجبر والحساب »[١٨] .

وقد سبق أن قرر محمد خان أن :

« الخوارزمى يقف فى مقدمة علماء الرياضيات لكل العصور ، إذ انه كتب أقدم الأعمال فى الحساب وفى الجبر ، تلك الأعمال التى كانت المنهل الرئيسى للمعرفة الرياضية لقرون أتت من بعده سواء فى الشرق أو فى الغرب ، وقد كان لكتابه فى الحساب فضل إدخال الأرقام الهندية إلى أوروبا ، كما يدل على ذلك بكل تأكيد اسم « algorism » ، أمّا كتابه فى الجبر فإنه لم يخلع اسم الجبر على هذا الفرع الهام من الرياضيات في العالم الأوروبي فحسب وإنما أضاف (الخوارزمى) الحل الهندسى للمعادلات النمطية من الدرجة الثانية إلى جانب الحل التحليلى المعتاد لمعادلات الدرجتين الأولى والثانية (دون التعرُّض بالطبع لفكرة الكميات التخيلية) »[١٩] .

إنَّ الرياضيات التى ورثها المسلمون عن الإغريق كانت تجعل من عملية تقسيم ضيعة بين الأولاد المستحقين لها عملاً بالغ التعقيد إن لم يكن مستحيلاً . إن البحث وراء طريقة دقيقة وشاملة ومرنة هو الذى حدا بالخوارزمى إلى ابتكار الجبر[٢٠] ، فبينما كان الخوارزمى مشغولاً بأعماله الفلكية فى بغداد وفى استانبول تمكّن من كتابة مؤلَّفه فى الجبر ، ذلك المؤلَّف الذى جلب له الشهرة[٢١] ، وقد خصص كتابه « الكتاب المختصر فى حساب الجبر والمقابلة » لإيجاد حلول المسائل العملية التى كانت تواجه المسلمين فى حياتهم اليومية[٢٢] .

« وفى تطويره للجبر قام الخوارزمى بتحويل العدد من سمته الحسابية الأولى ككمية محدودة إلى عنصر ذى علاقة وإمكانات غير محدودة ، ويمكن القول بأنَّ النقلة من الحساب إلى الجبر هى فى جوهرها انتقال من حالة « الكينونة » إلى حالة « الصيرورة » ، أو من العالم الساكن عند الإغريق إلى العالَمِ الدائبِ الحركة الذى يتجلى عليه الخالق عند المسلمين »[٢٣] .

وقد أشار الخوارزمى إلى أنّه صنّف كتابه فى الجبر ليخدم الاحتياجات العملية للناس° فيما يختص بالمواريث والتقسيم والمقاضاة والتجارة . وقد تناول مايعُرف عند العرب بعلم « الفرائض » (علم التقسيم الشرعى للإرث)(٢٥) ، ويقرر جاندز عند حديثه عن « مصدر جبر الخوارزمي » ما يلى :

« يُعَدُّ جبر الخوارزمى أساس العلوم وحجر الزاوية فيها ، ويعتبر الخوارزمى أَوْلَى بلقب « أبو الجبر » من ديوفانتس (Diophantus) ، حيث إن الخوارزمى هو أول من درَّس الجبر بطريقة مبدئية ولوجه الجبر فى حد ذاته ، بينما اختص ديوفانتس بالدرجة الأولى بنظرية العدد »(٢٦) .

وقد تُرجم جبر الخوارزمى فى القرن الثانى عشر إلى اللغة اللاتينية عن طريق جرهارد المنتمى إلى كريمونا (Gerhard of Cremona) وروبرت المنتمى إلى شستر (Robert of Chester) (٢٧) ، وظل علماء الغرب يستخدمونه حتّى القرن السادس عشر(٢٨) ، وعن ترجمة روبرت المنتمى إلى شستر يسوق سارطون ملاحظة حقوقية يقول فيها :

« يصعب أن نكون مبالغين فى أهمية هذه الترجمة بالذات ، إذ إنّه يمكن القول بأنها بداية الجبر الأوروبي »(٢٩) .

وبعد الخوارزمى جاء مسلمون آخرون كثيرون قاموا بدراسة الجبر وتدريسه ، بيْد أنهم لم يضيفوا إليه سوى اكتشافات قليلة ، حيث إنهم قنعوا بالإلمام بما كتبه الخوارزمى فى كتابه العظيم(٣٠) .

الجـذور :

كلمة جذر (root) كلمة عربية ، ظهرت فى الترجمات اللاتينية للأعمال

° **تعليق** : يقول الخوارزمى فى صدر كتابه «كتاب الجبر والمقابلة» : « .... على أن ألّفت من كتاب الجبر والمقابلة كتابًا مختصرًا حاصرًا للطيف الحساب وجليله لما يلزم الناس من الحاجة إليه فى مواريثهم ووصاياهم وفى مقاسمتهم وأحكامهم وتجاراتهم ، وفى جميع مايتعاملون به بينهم من مساحة الأرضين وكرى الأنهار والهندسة وغير ذلك من وجوهه وفنونه ... » (المعرِّب)

العربية فى كلمة (radix) ، أمَّا الأعمال التى جاءت من الحضارة الرومانية فتأتى فيها كلمة (latus) . فكلمة (radix) هى المقابل للكلمة العربية جذر ، بينما تشير كلمة (latus) إلى جانب مربع هندسى[٣١] .

وقد استعمل الخوارزمى كلمة « جذر » للدلالة على حدّ الدرجة الأولى فى معادلة الدرجة الثانية° ، وقد جاء فى كتابه : « فيما يلى مثال لمربعات تساوى جذورًا : مربع يساوى خمسة جذور ، فيكون جذر المربع ٥ ، وتكون ٢٥ هى مربعه الذى يساوى بالطبع خمسة أمثال جذره »[٣٢] °°

الجـذر التربيعى :

إن الطريقة التى اتبعها المسلمون فى استخراج الجذر التربيعى تشابه طريقتهم فى إجراء القسمة ، فعلى سبيل المثال إذا أُريد إيجاد الجذر التربيعى للعدد ١٠٧٥٨٤ ، ترسم خطوط رأسية ، وتقسمّ الأعداد إلى أزواج ، ويمكن الرجوع إلى تفصيل ذلك فى شكل ٤،١ . فأقرب جذر للعشرة هو ٣ ، وتوضع إلى أسفل وإلى أعلى ، ويُطرح مربعها وهو ٩ من ١٠ ، والآن يضاعف الرقم ٣ وتكتب النتيجة فى العمود التالى ، فالرقم ١٧ ــ وهو الباقى من عملية الطرح وإلى جانبه أول رقم من اليسار فى الخلية الثانية ــ يحتوى على ضعف الرقم ٦ ، فيكتب الرقم ٢ إلى أعلى وإلى أسفل ، وبضربها فى ٦ ينتج ١٢ التى بطرحها من ١٧ يبقى ٥ ، والآن مربع ٢ وهو ٤ يُطرح من ٥٥ ، فالفرق ٥١ مع الرقم التالى ــ أى ٥١٨ ــ تقسم على ضعف ٣٢ أى على ٦٤ لتعطى خارج قسمة ٨ ، وبعد ذلك يطرح ٨

° يقصد الحدّ (س) فى معادلة الدرجة الثانية : ا س٢ + ب س + جـ = صفرًا (المعرِّب)

°° **تعليق** : نسوق هنا نص كلام الخوارزمى فى هذا الموضع :

« فأماَّ الأموال التى تعدل الجذور فمثل قولك مال يعدل خمسة أجذاره ، فجذر المال خمسة ، والمال خمسة وعشرون ، وهو مثل خمسة أجذاره . »

وشرح ذلك أن كلمة « مال » كانت تطلق على الكمية المرفوعة للقوة الثانية أى س٢ ، وأما كلمة « جذر » فكانت تطلق على الكمية المجهولة المرفوعة للقوة الأولى أى س ، وعلى ذلك فإن المعادلة المشار إليها هى : س٢ = ٥ س ، وبالتالى س = ٥ . (المعرِّب)

	٣		٢		٨
١	٠	٧	٥	٨	٤
	٩				
	١	٧			
	١	٢			
		٥	٥		
		٠	٤		
		٥	١	٨	
		٥	١	٢	
				٦	٤
				٦	٤
				٠	٠
		٦		٦٤	
	٣		٢		٨

شكل ٤,١ ـ توضيح الطريقة العربية لاستخراج الجذر التربيعي . (ضَبَطها المعرِّب)

أمثال ٦٤ ـ أي ٥١٢ ـ من ٥١٨ ليبقى ٦ ، ويكوّن هذا الرقم مع الرقم التالي ٦٤ الذي يستنفد بطرح مربع ٨ منه ، وعلى ذلك يكون الجذر التربيعي للعدد ١٠٧٥٨٤ هو ٣٢٨ . ويقال إن هذه الطريقة قد اقتبسها أهل الهند من المسلمين[٣٣] .

ولقد اتّبع الكرخي ـ وهو عالم رياضي مسلم آخر ـ طريقةً تقريبيةً لاستخراج الجذر التربيعي مستخدمًا الصيغة[٣٤] :

$$\sqrt{أ} = ب + \frac{أ - ب^{٢}}{٢ب + ١}$$

الجذر التربيعي للعدد ١٧ : $\sqrt{١٧} \cong ٤ = ب$ ، وعلى ذلك يكون :

$$\sqrt{١٧} = ٤ + \frac{١٧ - ١٦}{٢ \times ٤ + ١} = ٤ \frac{١}{٩} = ٤,١١١١$$

وهذه القيمة تقابل إلى درجة جيدة من التقريب القيمة الصحيحة للجذر إلى ستة أرقام عشرية وهي ٤,١٢٣١٠٦ .

معادلات الدرجة الأولى والدرجة الثانية :

قام المصريون القدماء بحل معادلات الدرجة الأولى منذ أكثر من أربعة آلاف سنة ، أي انهم وجدوا للمعادلة ب س + جـ = صفرًا الحل $س = - \frac{جـ}{ب}$ ، وتُمثَّل هذه المعادلة هندسيًا بخط مستقيم ، أمَّا معادلة الدرجة الثانية :
أ س^{٢} + ب س + جـ = صفرًا فقد أوجد المسلمون حلَّها بالصيغة :

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{(ب^{٢} - ٤ أ جـ)}}{٢ أ}$$

وتعتبر القطاعات المخروطية المختلفة كالدائرة والقطع الناقص والقطع المكافئ والقطع الزائد الأشكال الهندسية الممثّلة لمعادلات الدرجة الثانية في متغيّرين ، وهي المعادلات والأشكال التي قام المسلمون بدراستها[٣٥] .

ولقد استخدم الخوارزمى فى دراسته لمعادلات الدرجة الأولى والدرجة الثانية اصطلاحات فنية خاصة للتعبير عن القوى المختلفة (الأسس) للكمية المجهولة . حيث أشار إلى الكمية المجهولة بالجذر وإلى مربعها بالمال ، وبذلك يصف الخوارزمى معادلات الدرجة الأولى عمومًا « بجذور تعدل أعدادًا » ، وباستعمال أسلوب الرمز الحديث تُمثَّل هذه المعادلة على النحو : ب س = جـ .

وفيما يلي بعض أمثلة للمعادلات الخطِّية : جذر يعدل ثلاثة أى س = ٣ ، أربعة جذور تساوى عشرين ، أى ٤ س = ٢٠ ، نصف جذر يساوى عشرة أى $\frac{١}{٢}$س = ١٠ [٣٦] .

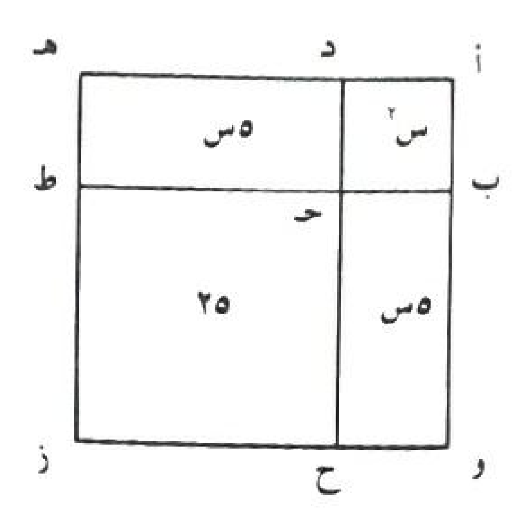
قسَّم الخوارزمى معادلات الدرجة الثانية خمسة أقسام بقصد إيجاد حل لمعادلة معينة ، وفيما يلى الحالات الخمس التى أخذها فى الاعتبار :

١ ـ أموال (مربعات) تعدل جذورًا : أ $س^٢$ = ب س
٢ ـ أموال (مربعات) تعدل أعدادًا : أ $س^٢$ = جـ
٣ ـ أموال (مربعات) وجذور تعدل أعدادًا : أ$س^٢$ + ب س= جـ
٤ ـ أموال (مربعات) وأعداد تعدل جذورًا : أ $س^٢$ + جـ = ب س
٥ ـ أموال (مربعات) تعدل جذورًا وأعدادًا : أ $س^٢$ = ب س + جـ

وفى جميع التطبيقات اعتبر الخوارزمى المعاملات أ ، ب ، جـ أعدادًا صحيحة موجبة واتخذ أ = ١ ، فقد كان يعتبر بالجذور الحقيقية الموجبة فحسب ، وقد وقف على حقيقة وجود جذر ثان ، وهو مالم يكن معروفًا قبله [٣٧] ، ونسوق فيما يلى أمثلة للحالات (٣) ، (٤) ، (٥) لنوضِّح طرق الخوارزمي :

الحالة (٣) : مال وجذور تعدل أعداداً : $س^٢$ + ١٠ س = ٣٩

يُنشأ المربع أ ب حـ د بحيث يكون طول ضلعه أ ب = س ، ويُمد أ د إلى هـ ، أ ب إلى و بحيث يكون د هـ = ب و = $\frac{١}{٢}$ (١٠) = ٥ ، ثم يكمل المربع أ و ز هـ ، وبتمديد د حـ إلى ح كذا ب حـ إلى ط يمكن التعبير عن مساحة المربع أو ز هـ بالمقدار ($س^٢$ + ١٠س + ٢٥) ، إلاّ أن المعادلة المطلوب حلها هى $س^٢$ + ١٠س = ٣٩ ، ومن ثمّ يجب أن نضيف ٢٥ إلى كل من طرف

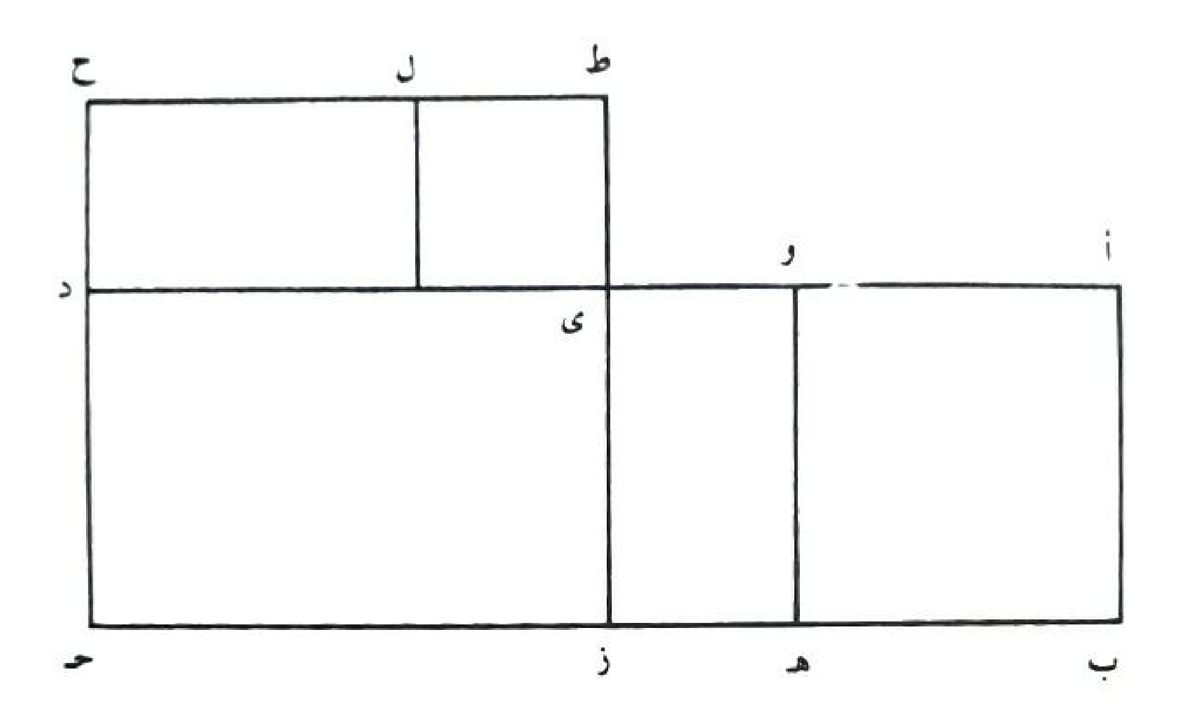


شكل ٤.٢ ـ نموذج لطريقة الخوارزمى لحل معادلة الدرجة الثانية
س^{٢} + ١٠ س = ٣٩

المعادلة لتصبح س^{٢} + ١٠س + ٢٥ = ٣٩ + ٢٥ = ٦٤ وهى المساحة المطلوبة ، وبعبارة أخرى فإن المقدار (س^{٢} + ١٠س + ٢٥) هو مربع كامل (س + ٥)^{٢} وهذا يساوي مربعًا كاملاً آخر هو ٦٤ ، وبالتالى فإنَّ بُعدىْ المساحة (س + ٥)^{٢} لابد أن يكونا ٨ × ٨ ، ولمّا كان أ و = (س + ٥) = ٨ ، فإنَّ ذلك يعنى أن س = ٣[٣٨] .

الحالة (٤) : أموال وأعداد تعدل جذورًا : س^{٢} + ٢١ = ١٠ س ، س < ب/٢ ، حيث ب معامل س

يُنشأ المستطيل أ بـحـد بحيث يكون طول ضلعه أ ب = س وطول ضلعه بـحـ = ١٠ ، فتكون مساحة المستطيل أبـحـد = ١٠س = س^{٢} + ٢١ ، ثم تحدد النقطة هـ على الجانب بـد بحيث يكون بـهـ = بـأ ، ويتمم المربع أبـهـو ، فتكون مساحة المستطيل حـدوهـ = ٢١ ، ولتكن ز نقطة تنصيف بـحـ ، يُمَدُّ الضلع حـد إلى ح بحيث يكون حـح = حـز = ٥ ، ويتمم المربع زحـح ط الذى تكون مساحته ٢٥ ، ومن نقطة ى التى تقع عند منتصف أد تُحدّد النقطة ك بحيث يكون ىك = ىو = (٥ ـ س) ، ثم يكمل المربع طىكل



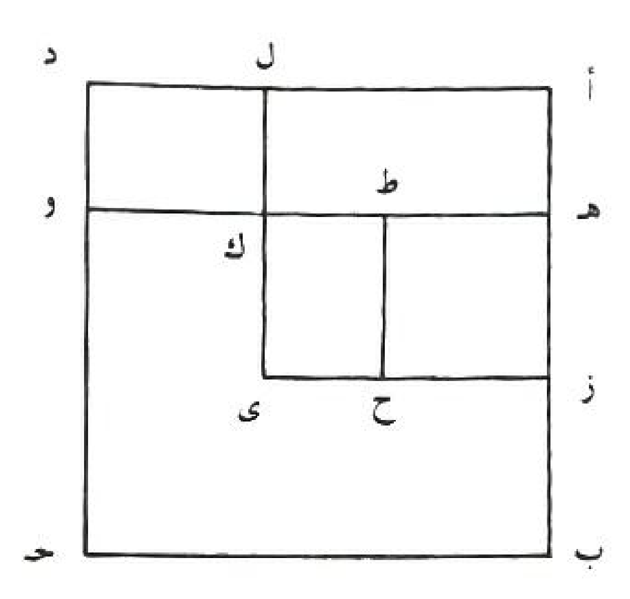
شكل ٤،٣ ـ نموذج لطريقة الخوارزمي لحل معادلة الدرجة الثانية :
س^{٢} + ٢١ = ١٠ س

الذى تكون مساحته (٥ ـ س)^{٢} ، ولمّا كان د ك = س ، فإنَّ مساحة المستطيل دكلح = ٥(٥ ـ س) = مساحة المستطيل وهـزى ، ومن ثمَّ فإنَّ مساحة المستطيل حـدىز مضافًا إليها مساحة المستطيل دكلح = ٢١ ، وبالتالى فإنَّ مساحة المربع زحـحط = مساحة المستطيل حـدوهـ + مساحة المربع طىكل = ٢١ + (٥ ـ س)^{٢} ، وعلى ذلك يكون (٥ ـ س)^{٢} = ٤ ، أى إنَّ س = ٣ (٣٩) .

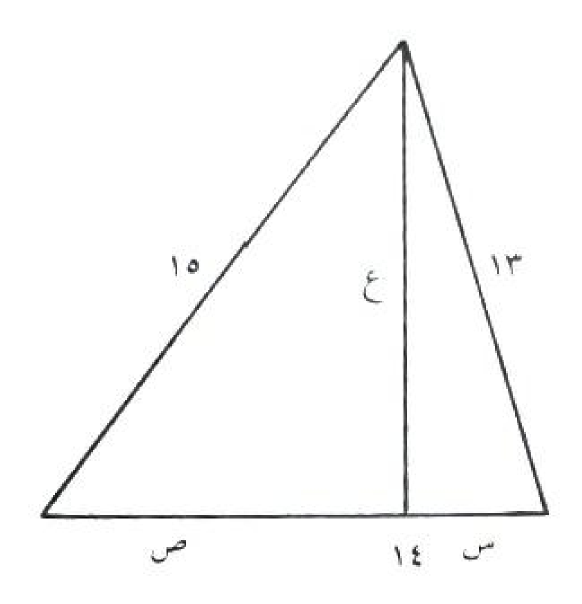
الحالة (٥) : مال يعدل جذورًا وأعداداً : س^{٢} = ٣س + ٤

يُنشأ المربع أبحـد بطول ضلع = س ، وتحدد نقطة هـ على الجانب أب بحيث يكون بهـ = ٣ ، ويكمل المستطيل بهـوحـ فتكون مساحة المستطيل بهـوحـ = ٣س ومساحة المستطيل أهـود = ٤ ، ولتكن نقطة ز هى منتصف بهـ ، فتكون مساحة المربع المُنشأ هـزحط = $\frac{٩}{٤}$ ، وبتمديد زح إلى ى بحيث يكون حى = أهـ = دو ، وبإقامة ىل عموديًا على أد فإنَّ المستطيل طحىك

يساوى المستطيل دلكو فى المساحة ، وينشأ التساوى فى مساحة هذين المستطيلين من أن دل = بز = زهـ = حط ، وتكون مساحة المربع ازىل هى (اهكل + طحىك) + هزحط أى (٤ + $\frac{٩}{٤}$) ، ويكون الضلع از = $\frac{٥}{٢}$ ، والضلع اب = از + بز أى $\frac{٥}{٢}$ + $\frac{٣}{٢}$ ، وعلى ذلك تكون س = ٤ [٤٠] .



شكل ٤،٤ ـ نموذج لطريقة الخوارزمى لحل معادلة الدرجة الثانية :
$س^٢$ = ٣س + ٤



شكل ٤,٥ – نموذج لمثلث الخوارزمى .

هذا وقد بيّن الخوارزمى طريقة جبرية لإيجاد الارتفاع وجزئى القاعدة عند أسفله س ، ص عندما تكون الأضلاع الثلاثة (١٣ ، ١٤ ، ١٥) للمثلث معطاة كما هو مبيَّن فى شكل ٤,٥ ، فربع الارتفاع ع^{٢} يساوى ١٣^{٢} – س^{٢} = ١٥^{٢} – ص^{٢} = ١٥ – (١٤ – س)^{٢} ، وبذلك يكون (١٦٩ – س^{٢}) = (٢٢٥ – ١٩٦ + ٢٨ س – س^{٢}) ، وبتبسيط المعادلة نجد أنّ س = ٥ ، ويتبع ذلك أن ع^{٢} = ١٦٩ – ٢٥ ومنها ع = ١٢[٤١] .

ويُعزى بدء التحوُّل من العالم الساكن فى المفهوم الإغريقى إلى العالم الحركى الحديث إلى الخوارزمى الذى جاء بشيرًا بالجبر الحديث ، وهو أول رياضى يجعل من الجبر علمًا حقيقيًا ، وفضلا عن معالجة الخوارزمى لمعادلات الدرجة الثانية فقد ناقش العمليات الجبرية ضربًا وقسمةً[٤٢] .

موضوعات متنوعة

إنَّه بعد فترة أعمال ودراسات الخوارزمى جاءت أعمال ثابت بن قرّة (٨٣٦ – ٩٠١ م) العالم الرياضى واللغوى ، وقد كان إسهامه الرئيسى فى الرياضيات فى ترجمته لأعمال إقليدس وأرشميدس وأبولونيوس وبطليموس ، وقد

حُفظت أجزاء من بعض الكتابات الأولى فى مجال الهندسة الجبرية ، ذلك الفرع الخاص من الجبر الذى لقى عناية كبيرة من علماء الرياضة المسلمين(٤٣) .

ويقول كارل فينك إنّ :

« الخوارزمى يسمى الكمية المعلومة عددًا والكمية المجهولة جذرًا ، ومربعها « مالاً » . وفى أعمال الكرخى نجد تعبير « كعب » للقوة الثالثة ، ومن هذه التعبيرات جاءت مال مال = $س^٤$ ، ومال كعب = $س^٥$ ، وكعب كعب = $س^٦$ ، ومال مال كعب = $س^٧$ وهكذا »(٤٤) .

ويقرر دافيد أوجين سميث فى كتابه « تاريخ الرياضيات » :

« ...... إن الهيثم من البصرة ، وهو الذى كتب فى الجبر والفلك والهندسة والمعارف والبصريات ، قد حاول حل معادلة الدرجة الثالثة* باستخدام القطوع ..... »(٤٥) .

---

* **تعليق** : تجدر الإشارة هنا إلى جهود علماء المسلمين فى حل معادلات الدرجتين الثالثة والرابعة ، فقد كانت هناك محاولات لحل معادلة الدرجة الثالثة بالطرق الهندسية لا الجبرية ، ونذكر من أبرز الرياضيين المسلمين الذين ساهموا فى مثل هذه الحلول أبا عبد الله محمد عيسى الماهانى (توفى سنة ٨٧٤ م) ، وثابت بن قرة الحرانى ، وأبا جعفر الخازن الخراسانى (توفى عام ٩٧١ م) ، والحسن ابن الهيثم (توفى عام ١٠٣٩ م) ، وأبا الفتح عمر بن ابراهيم الخيامى (توفى بين عامى ١١٢٣ - ١١٣٢ م) .

فيُنسب إلى الماهانى معادلة الدرجة الثالثة :

$$س^٣ + د^٢ هـ = ب س^٢$$

وقد تصدّى لحلها بطريق قطوع المخروط فعرفت باسمه .

كذلك تعرض علماء المسلمين لكيفية إيجاد ضلع مُسبَّع منتظم على أن يكون إنشاء الضلع من المعادلة :

$$س^٣ - س^٢ - ٢ س + ١ = صفرًا$$

وقد تمكن أبو الجود محمد بن الليث (المتوفى عام ١٠٠٩ م) من التوصُّل إلى حل لها بواسطة قطوع المخروط .

=

ويعتبر غياث الدين أبو الفتح عمر بن ابراهيم الخيامى أكثر علماء المسلمين اشتغالاً بحل معادلات الدرجة الثالثة ، حيث تضمنت مؤلفاته حلولاً هندسية لعدة صور من معادلة الدرجة الثالثة كما جاء فى مؤلّفه القيم « رسالة فى البراهين على مسائل الجبر والمقابلة » ، ويقول الخيامى فى صدر صفحات رسالته :

« .... وأمّا نحن فسنأتى بالطرق التى بها يمكن أن يُستخرج المجهول بالمعادلة بين أربع مراتب (هى) التى قلنا إنها لايمكن أن يقع أكثر منها فى المقادير ، أعنى العدد والشىء والمال والكعب » .

وقد قام عمر الخيامى بتصنيف معادلات الدرجة الأولى والثانية والثالثة فقسّمها ٢٥ صنفًا نذكر منها الثلاث عشرة معادلة الأولى وتَجْمع الصورَ الرئيسية لمعادلة الدرجة الثالثة :

١ ـ كعب وجذر يعدل عددًا	: س^{٣} + ب س = جـ
٢ ـ كعب وعدد يعدل جذرًا	: س^{٣} + جـ = ب س
٣ ـ عدد وجذر يعدل كعبًا	: جـ + ب س = س^{٣}
٤ ـ كعب ومال يعدل عددًا	: س^{٣} + ا س^{٢} = جـ
٥ ـ كعب وعدد يعدل مالاً	: س^{٣} + جـ = ا س^{٢}
٦ ـ عدد ومال يعدل كعبًا	: جـ + ا س^{٢} = س^{٣}
٧ ـ كعب ومال وجذر يعدل عددًا	: س^{٣} + ا س^{٢} + ب س = جـ
٨ ـ كعب ومال وعدد يعدل جذرًا	: س^{٣} + ا س^{٢} + جـ = ب س
٩ ـ كعب وجذر وعدد يعدل مالاً	: س^{٣} + ب س + جـ = ا س^{٢}
١٠ ـ كعب يعدل جذرًا ومالاً وعددًا	: س^{٣} = ب س + ا س^{٢} + جـ
١١ ـ كعب ومال يعدل جذرًا وعددًا	: س^{٣} + ا س^{٢} = ب س + جـ
١٢ ـ كعب وجذر يعدل مالاً وعددًا	: س^{٣} + ب س = ا س^{٢} + جـ
١٣ ـ كعب وعدد يعدل جذرًا ومالاً	: س^{٣} + جـ = ب س + ا س^{٢}

يضاف إلى هذه المعادلات مجموعة من ست معادلات يمكن اختصارها إلى معادلات من الدرجة الأولى ، وست معادلات أخرى يمكن معالجتها على أساس معادلات من الدرجة الثانية ، وبذلك تكتمل الأنواع الخمسة والعشرون التى جاءت فى رسالة عمر الخيّامى .

وقد تمكن عمر الخيامى من التوصل إلى حلول لهذه المعادلات عن طريق تقاطع الخطوط الممثلة لقطوع مخروطية ، ونسوق هنا مثالاً لحل الخيامى لأعم صور معادلة الدرجة الثالثة التى درسها وهى :

س^{٣} + ا س^{٢} + ب^{٢} س = ب^{٢} جـ (حيث ا ، جـ عددان صحيحان موجبان)

ويعطى عمر الخيامى جذرًا لما هو قيمة س لنقطة تقاطع الخطين البيانيين :

اكتشف المسلمون النظرية القائلة بأنه للأعداد الصحيحة لايمكن أبدًا أن يكون مجموع مكعبين مساويًا لمكعب**. وقد أعاد اكتشاف هذه النظرية بعد ذلك ب . فيرما (P. Fermat) عالم الفيزياء الفرنسى فنُسبت له .

ص^{٢} = (س + ا) (جـ ـ س)

س (ب ± ص) = ب جـ

أى تقاطع دائرة مع قطع زائد

أمّا فيما يختص بمعادلات الدرجة الرابعة فمن المعروف أن أبا الوفاء البوزجانى (٩٤٠ ـ ٩٩٨ م) قد حل ـ بطريقة هندسية ـ المعادلة :

س^{٤} + ب س^{٣} = هـ

(عن كتاب البوزجانى : «استخراج ضلع المكعب بمال مال وماترتب منهما»)

كما أن البوزجانى تمكن من التوصل إلى حلول أخرى تتعلق بالقطع المكافئ.

هذا وتشتمل مؤلفات عمر الخيامى على معادلة من الدرجة الرابعة هى :

(١٠٠ ـ س^{٢}) (١٠ + س)^{٢} = ٨١٠٠

أى س^{٤} + ٢٠ س^{٣} ـ ٢٠٠٠ س = ١٩٠٠

ويعطى الخيامى جذرًا لهذه المعادلة قيمة س عند نقطة تقاطع الدائرة :

س^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠ (دائرة نصف قطرها = ١٠)

والقطع الزائد : (١٠ + س) ص = ٩٠

مما تقدم يتضح أن علماء المسلمين قد بذلوا جهدًا طيبًا فى حل معادلات الدرجتين الثالثة والرابعة بطرق هندسية ، وهو جهد رأينا أن نشير إليه لبيان فضل المسلمين فى هذا المجال .

(المعرِّب)

** **تعليق** : كان علماء المسلمين يطلقون على المسائل التى ليس لها حل عندهم بـ «المستصعبات» ، مثال ذلك ماورد بخاتمة كتاب «خلاصة الحساب» لبهاء الدين العاملى حيث يقول :

« ... وقد ذكر علماء هذا الفن بعضها فى مصنفاتهم ، وأوردوا شطرًا منها فى مؤلفاتهم تحقيقًا لاشتمال هذا الفن على المستصعبات الآبيات ... =

ويرجع الفضل إلى الكرخى لدراساته الأصيلة فى نظرية العدد وفى الجبر . وقد عاش الكرخى فى بداية القرن الحادى عشر للميلاد فى بغداد . وتعتبر أعماله فى الجبر أحيانًا أعظم الأعمال فى هذا العلم بين علماء المسلمين فى الرياضيات . وهى تشير إلى تأثير ديوفانتس . وبالنسبة لحل معادلات الدرجة الرابعة أعطى الكرخى براهين حسابية وهندسية على حد سواء[٤٦] .

وتشتمل أعمال الكرخى على نظرية أساسية فى الجبر مع التطبيق على معادلات ومسائل على وجه الخصوص يُطلب حلها لأعداد مُنطقة موجبة . فعلى سبيل المثال لإيجاد عددين يكون مجموع مكعبيهما عددًا مربعًا نصل إلى التعبير الجبرى :

وأنا أوردت فى هذه الرسالة سبعة منها على سبيل الأنموذج .... »

(عن كتاب « رياضيات بهاء الدين العاملى » للدكتور جلال شوقى . معهد التراث العلمى العربى بجامعة حلب ١٩٧٦ ، الصفحات ١٤٥ – ١٥٣)

يقول العاملى عن المستصعبة الرابعة :

« عدد مكعب قسم بقسمين مكعبين »

فبالتعبير برموزنا الحديثة تتخذ المستصعبة الصورة :

$ع^٣ = س^٣ + ص^٣$ مستحيلة الحل طالما أن س ، ص ، ع أعداد صحيحة .

كذلك يورد العاملى المستصعبة الثانية بقوله :

« مجذور إن زدنا عليه عشرة ، كان للمجتمع جذر ، أو نقصناها منه ، كان الباقى جذرًا » .

أى ان : $س^٢ + ١٠ = ن_١^٢$

$س^٢ - ١٠ = ن_٢^٢$

وبذلك يكون : $٢ س^٢ = ن_١^٢ + ن_٢^٢$ مستحيلاً طالما أن س ، $ن_١$ ، $ن_٢$ أعداد صحيحة .

ومن المستصعبتين الثانية والرابعة يمكن القول بأنه من المحال تقسيم المكعب إلى مكعبين ، أو ضعف المربع إلى مربعين . من هذا يتضح سبق علماء المسلمين على فيرما فى النظرية المنسوبة إليه ، حيث إن ملاحظة فيرما جاءت بعد انتهاء العاملى من كتابة مؤلفه « خلاصة الحساب » بل بعد وفاة العاملى بحوالى خمسة عشر عامًا ، وحديث العاملى عن المستصعبات يؤكد أنها كانت معروفة عند علماء هذا الفن من قبله ، وأنه قد أورد « سبعة منها على سبيل الأنموذج ، اقتداء بمنارهم ، واقتفاء لآثارهم ... » (المعرِّب)

$س^3 + ص^3 = ع^2$

ولحل هذه المعادلة بأعداد مُنطقة فلنجعل :

$ص = م\ س \quad ، \quad ع = ن\ س$

$\therefore\ س^3 + م^3 س^3 = ن^2 س^2$

أى ان $س^3 (1 + م^3) = ن^2 س^2$

وبحذف $س^2$ من طرفى المعادلة نحصل على : $س = \frac{ن^2}{1 + م^3}$

حيث م ، ن عددان مُنطقان موجبان اختياريان (٤٧) .

وكحلٍّ خاص يسوق الكرخى القيم الآتية : س = ١ ، ص = ٢ ، ع = ٣ ومن الجلى أنه يمكن تطبيق نفس الطريقة على العديد من المسائل المُنطقة الأكثر عمومية التى تتخذ الشكل :

$ا\ س^ن + ب\ ص^ن = جـ\ ع^{(ن - 1)}$ (٤٨) .

ومن أقدم الطرق المستخدمة لإيجاد قيمة تقريبية للجذر الحقيقى للمعادلة : ب س + جـ = صفرًا طريقة غالبًا ما تسمى بحساب الخطأين كما جاء فى كتابات علماء المسلمين وتوجد فى أعمال الخوارزمى ، ويبدو أن هذه القاعدة قد جاءت من الهند إلاّ أن المسلمين هم الذين أوصلوها إلى علماء أوروبا ، ولشرح هذه القاعدة نفرض القيمتين $ف_1$ ، $ف_2$ كقيمتين افتراضيتين للمجهول س ، وليكن $خ_1$ ، $خ_2$ الخطأين الناجمين عن القيمتين الافتراضيتين . وعلى ذلك فإن كانت القيمتان $ف_1$ ، $ف_2$ صحيحتين ، فإن

$ب\ ف_1 + جـ = صفرًا \quad ، \quad ب\ ف_2 + جـ = صفرًا$

أما إن كانت القيمتان غير صحيحتين فإنّ :

$$ب\ ف_1 + جـ = خ_1 \qquad (1)$$

$$ب\ ف_2 + جـ = خ_2 \qquad (2)$$

وبطرح المعادلة (٢) من المعادلة (١) ينتج :

$$ب\ (ف_١ - ف_٢) = خ_١ - خ_٢ \qquad (٣)$$

ومن المعادلة (١) :

$$ب\ ف_١\ ف_٢ + جـ\ ف_٢ = خ_١\ ف_٢$$

ومن المعادلة (٢) :

$$ب\ ف_١\ ف_٢ + جـ\ ف_١ = خ_٢\ ف_١$$

$$\therefore\ جـ\ (ف_٢ - ف_١) = خ_١\ ف_٢ - خ_٢\ ف_١ \qquad (٤)$$

وبقسمة المعادلة (٤) على المعادلة (٣) نجد أن :

$$\frac{جـ\ (ف_٢ - ف_١)}{ب\ (ف_١ - ف_٢)} = \frac{خ_١\ ف_٢ - خ_٢\ ف_١}{خ_١ - خ_٢}$$

أي ان $\frac{-جـ}{ب} = \frac{خ_١\ ف_٢ - خ_٢\ ف_١}{خ_١ - خ_٢}$

وحيث إن $\frac{-جـ}{ب} = س$

$$\therefore\ س = \frac{خ_١\ ف_٢ - خ_٢\ ف_١}{خ_١ - خ_٢}$$

فلنفرض على سبيل المثال أن ٢ س ـ ٥ = صفرًا ، وأن القيمتين الافتراضيتين للمجهول س هما : $ف_١ = ٥$ ، $ف_٢ = ١$

فيكون $٢ \times ٥ - ٥ = ٥ = خ_١$ ، $٢ \times ١ - ٥ = -٣ = خ_٢$

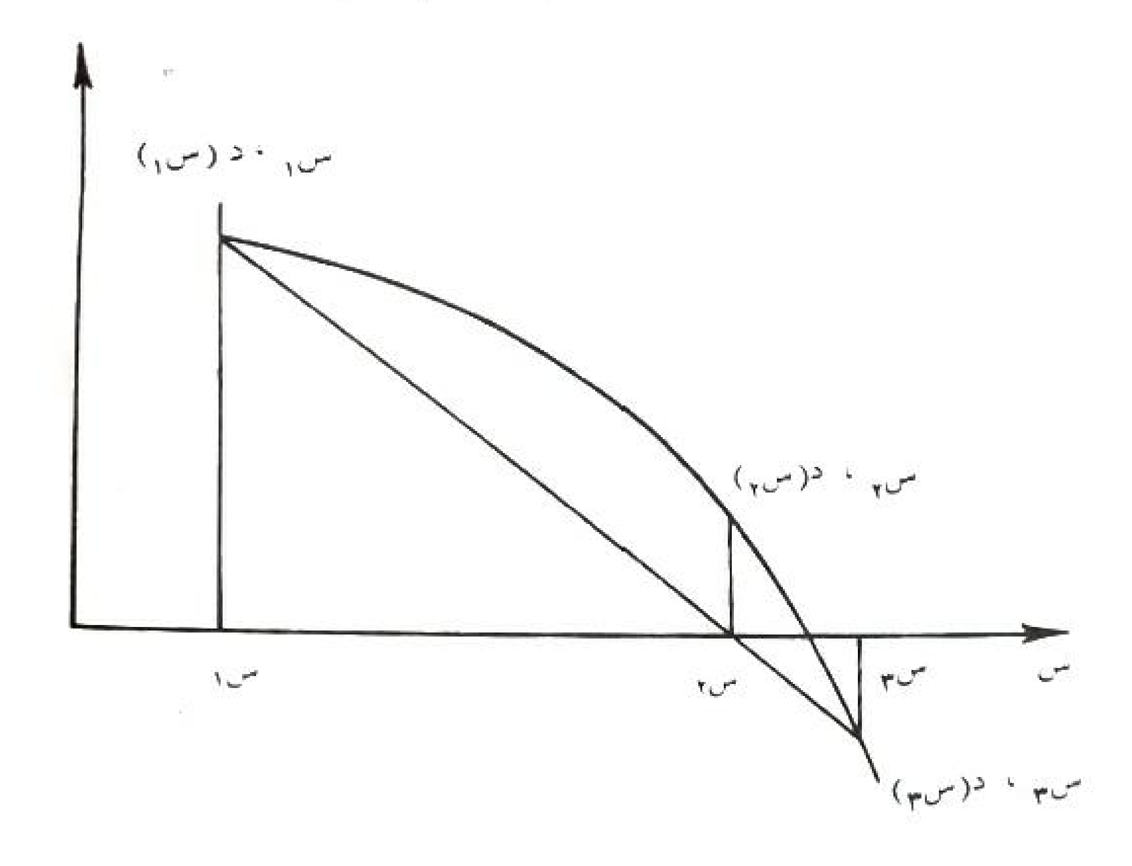
ويكون المجهول س $= \frac{خ_١\ ف_٢ - خ_٢\ ف_١}{خ_١ - خ_٢} = \frac{٥ \times ١ - (-٣) \times ٥}{٥ - (-٣)}$

$$= \frac{٢٠}{٨} = ٢,٥$$ [٤٩]

وطبقًا لما يقرره الأستاذ هوارد إيفز فإن هذه الطريقة قد استعملها المسلمون ، ويمكن توضيحها هندسيا بالتعبير عن القيمتين الافتراضيتين بالمسافتين $س_١$ ، $س_٢$ الواقعتين بالقرب من قيمة س التى تحقق المعادلة د (س) = صفرًا وعلى كلا جانبيها ، فيعطى التقاطع مع محور س للخط الواصل بين النقطتين
[$س_١$ ، د ($س_١$)] ، [$س_٢$ ، د($س_٢$)] تقريبًا أفضل من الحل :

$$س_٣ = \frac{س_٢ \cdot د(س_١) - س_١ \cdot د(س_٢)}{د(س_١) - د(س_٢)}$$

ويمكن الآن تطبيق العملية بأزواج مناسبة $س_١$ ، $س_٣$ أو $س_٣$ ، $س_٢$ حسب الظروف[٥٠] . وهذه هى الطريقة العددية المسماة فى الغرب (Regular Falsi) False Positions التى تستخدم اليوم فى التحليل العددى .



شكل ٤،٦ ـ طريقة الخوارزمى فى استخراج المجهولات بحساب الخطأين .

تلخيص :

لم يبتكر المسلمون علم الجبر فحسب ، ذلك العلم الذى أصبح فيما بعد أداة لاغنى عنها فى التحليل العلمى ، وإنَّما أرسوا كذلك قواعد مناهج البحث التجريبى الحديث باستخدام النماذج الرياضية ، ولما كان محمد بن موسى أبو جعفر الخوارزمى هو مؤسس المدرسة الإسلامية فى الرياضيات ، فإنَّ الأعمال اللاحقة لعلماء المسلمين والأعمال التى تمت فى صدر العصر الوسيط فى الجبر أُسِّست إلى حد كبير على كتابه (في الجبر والمقابلة) ، وعلى ذلك فإن كتاب الخوارزمى هذا يلعب دورًا كبيرًا فى تاريخ الرياضيات إذ انه أحد المصادر الرئيسية التى عن طريقها دخلت الأرقام العربية وجبر المسلمين إلى أوروبا .

وتشمل إسهامات علماء الرياضة المسلمين فى مجال الجبر طرق إيجاد حلول معادلات الدرجة الأولى والدرجة الثانية ، كما أعطيت حلول هذه المعادلات بالطرق الهندسية أيضًا ، وقد قدَّم الكرخى حلولاً مُرشَّدة لبعض معادلات خاصة ذات درجة أعلى من الدرجة الثانية ، وطريقة لإيجاد حل تقريبى لمعادلات الدرجة الأولى (المعادلات الخطيّة) ، وهذه ماهى إلاَّ بعض من كثير من التطويرات الأكثر أهمية فى علم الجبر التى كانت نتيجة مباشرة لجهود علماء المسلمين فى الرياضيات .

1. E. T. Bell, *Men of Mathematics* (New York, Simon and Schuster, 1937), p.14. — ١

2. Daoud S. Kasir, *The Algebra of Omar Khayyam* (New York, J. J. Little and Ives Company, 1931), p.16. — ٢

3. Bodleian Library, Oxford, England, Huntingdon MSS, 214,folff34' - 52'. — ٣

4. Isaac Funk, Calvin Thomas, and Frank H. Vizetelly (Supervisors), *New Standard Dictionary of the English Language* (New York, Funk and Wagnallis Company, 1940), p.70. — ٤

5. Glenn James and Robert C. James (eds.), *Mathematics Dictionary* (New York, D. Van Nostrand Company, 1963), p.17. — ٥

6. Franz Rosenthal, trans., *The Migaddimah Ibn Khaldun: Autobiography* (New York, Bollingen Foundation, 1958), Vol.III,p.124. — ٦

٧ — إسماعيل مظهر : «تاريخ الفكر العربي : في نشوئه وتطويره بالترجمة والنقل عن الحضارة اليونانية» دار العصور للطبع والنشر بمصر ، القاهرة عام ١٩٢٨ م .

7. Isma'il Mazhar, *Tarikh al-Fikr al-'Arabi: fi Nushu'ih wa Tatwirih bi Ttarjamah wa Annagil 'an al-Hadarah Al-Yunaniyah* (Cairo, Dar al-'Usur li Itab'wa Annashr bi Masr,1928).

8. Morris Kline, *Mathematics and the Physical World* (New York, Thomas Y. Crowell Company, 1959), p.69. — ٨

9. David Eugene Smith, *History of Mathematics* (New York, Ginn and Company, 1925), Vol.II,p.388. — ٩

10. John K. Baumgart, 'History of Algebra,' *Historical Topics for the Mathematics Classroom*, Thirty-First Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (Washington, D.C., National Council of Teachers of Mathematics, 1969), pp.233-4. — ١٠

11. Sidney G. Hocker, Wilfred E. Barnes, and Calvin T.Long, *Fundamental Concepts of Arithmetic* (Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall, 1963), p.9. — ١١

12. H. A. Freebury, *A History of Mathematics: For Secondary Schools* (London, Cassell and Company, 1968), p.77. — ١٢

13. Solomon Gandz, 'The Origin of the Term Algebra,' *The American Mathematical Monthly*, XXXIII (May 1926), 437. — ١٣

14. Edna E. Kramer, *The Nature and Growth of Modern Mathematics* (New York, Hawthorn Books, 1970), p.85. ١٤ـ

15. Franklin W. Kokomoor, *Mathematics in Human Affairs* (New York, Prentice-Hall, 1946), p.172. ١٥ـ

16. George Sarton, *Introduction to the History of Science* (Baltimore, The Williams and Wilkins Company, 1927), Vol.I,p.563. ١٦ـ

17. M. Th. Houtsma, T. W. Arnold, R. Basset, and R. Hartmann (eds.), *The Encyclopaedia of Islam* (London, Luzac and Company, 1913), Vol.I,p.912. ١٧ـ

18. David Eugene Smith and Louis Charles Karpinski, *The Hindu-Arabic Numbers* (Boston and London, Ginn and Company, 1911), pp.4-5. ١٨ـ

19. Mohammad Abdur Rahman Khan, *A Brief Survey of Moslem Contribution to Science and Culture* (Lahore, Sh. Umar Daraz at the Imperial Printing Works, 1946), pp.11-12. ١٩ـ

20. Rom Landau, *The Arab Heritage of Western Civilization* (New York, Arab Information Center, 1962), pp.33-4. ٢٠ـ

21. Florence Annie Yeldham, *The Story of Reckoning in the Middle Ages* (London, George G. Harrap and Company, 1926), p.64. ٢١ـ

22. Lancelot Hogben, *Mathematics for the Million* (New York, W. W. Norton and Company, 1946), pp.290-1. ٢٢ـ

23. Rom Landau, *Arab Contribution to Civilization* (San Francisco, The American Academy of Asian Studies, 1958), p.33. ٢٣ـ

24. Bodleian Library, Oxford, England, Marsh MSS, 640, fol. (f. 102). ٢٤ـ

25. Solomon Gandz, 'The Algebra of Inheritance, '*Osiris*, V (1938), 324. ٢٥ـ

26. Solomon Gandz, 'The Source of Al-Khwarizmi's Algebra, '*Osiris* (Bruges, Belgium, The Saint Catherine Press Ltd., 1936), Vol.I,p.264. ٢٦ـ

27. Ibid., p.263. ٢٧ـ نفس المرجع السابق ، صفحة ٢٦٣ .

28. Joseph Hell, *The Arab Civilization* (Lahore, Sh. Mohd. Ahmad at the Northern Army Press, 1943), p.95. ٢٨ـ

29. George Sarton, *Introduction to the History of Science* (Baltimore, The Williams and Silkins Company, 1953), Vol. II, Part I,p.176. ٢٩ـ

30. Walter H. Carnahan, 'History of Algebra, '*School Science and Mathematics*, XLVI, 399 (January 1946), 10. ٣٠ـ

٣١- 31. Solomon Gandz, 'Arabic Numerals, '*American Mathematical Monthly*, XXXIII (January 1926), 261.

٣٢- 32. Philip S. Jones, ' "Large" Roman Numerals,' *The Mathematics Teacher*, CXVII (March 1954), 196.

٣٣- 33. Indian Office Library, London, England, Arabic MSS, 757, fol.4^b - 5^a.

٣٤- 34. George E. Reves, 'Outline of the History of Algebra, '*School Science and Mathematics*, III (January 1952), 63.

٣٥- 35. Edward Kasner and James Newman, *Mathematics and the Imagination* (New York, American Book Stanford Press, 1945), p.17.

٣٦- علي مصطفى مشرّفه ومحمد مرسى أحمد : «كتاب الجبر والمقابلة لمحمد بن موسى الخوارزمي» ، دار الكاتب العربي للطباعة والنشر ، القاهرة عام ١٩٦٨ م ، صفحة ١٦ .

36. Ali Mustafa Musharrafah Wa Mohammed Mursi Ahmad (ed.), Kitab Al-Jabr wa-Al-Muqabala Li Mohammed Ibn Musa Al-Khwarizmi (Cairo, Dar Al-Katib Al-'Arabi Littiba'ah wa Al-Nashr, 1968), p.16.

٣٧- 37. Aydin Sayili, '*Abd al-Hamid ibn Turk and the Algebra of His Time* (Ankara, Turk Tarih Kuruma Basimeni, 1962), p.146.

٣٨- 38. 'Walter H. Carnahan, 'Geometric Solutions of Quadratic Equations, '*School Science and Mathematics*, XLVII, No. 415 (November 1947), pp.689-90.

٣٩- 39. Martin Levey, *The Algebra of Abu Kamil* (Madison, The University of Wisconsin Press, 1966), pp.23-4.

٤٠- 40. Louis Charles Karpinski, trans., *Robert of Chester's Latin Translation of Algebra of Al-Khwarizmi* (London, Macmillan and Company, 1915), p.87.

٤١- 41. Henrietta O.Midonick (ed.), *The Treasure of Mathematics* (New York, Philosophical Library, 1965), pp.432-3.

٤٢- لانداو في كتابه المشار إليه عاليه ، صفحتا ٣١ ، ٣٢ .

42. Landau, op.cit., pp.31-2.

٤٣- 43. Lynn Thorndyke, *A Short History of Civilization* (New York, F. S. Crofts and Company, 1930), p.292.

٤٤- 44. Karl Fink, *A Brief History of Mathematics* (The Open Court Publishing Company, 1900), p.75.

٤٥- 45. David Eugene Smith, *History of Mathematics* (New York, Dover Publications, 1958), Vol.I,pp.175-6.

46. Florian Cajori, *A History of Mathematics* (New York, The Macmillan Company, 1924), p.106. ٤٦ -

47. Howard Eves, *An Introduction to the History of Mathematics* (New York, Holt, Rinehart and Winston, 1969), 3rd edn., p.201. ٤٧ -

48. Oystein Ore, *Number Theory and Its History* (New York, McGraw-Hill Book Company, 1948), pp.185-7. ٤٨ -

49. Smith, *History of Mathematics*,op. cit., Vol. II,pp.437-9. ٤٩ -

50. Eves, op. cit., p.203. ٥٠ - إيفز في كتابه المشار إليه عاليه ، صفحة ٢٠٣ .

الفصل الخامس

حساب المثلثات

يبدو أن اهتمام علماء الرياضيات المسلمين بالحساب ونظرية العدد والجبر قد قادهم إلى المجالات المتعلقة بها فى العلوم النظرية والتطبيقية ، ولا غرو فقد كان لهم ما يفوق بكثير الشغف العابر بالحضارات السالفة ، ويمكن للمرء أن يقف على بعض هذا الاهتمام من حقيقة أن المسلمين قد نقلوا إلى العربية ما يكاد أن يمثل كُلَّ المعلومات التى كانت معروفة حتى عصرهم ، ولقد تركت المحاولات العلمية الجادة فى التنقيب والبحث والترجمة بصماتها واضحة راسخة فى عديد من مراكز العلم الإسلامى ذات الأهمية الكبيرة .

كان لعلم الحساب وتطبيقه فى الاحتياجات التجارية والمعاملات فى حياة المسلمين أثر دافع لمزيد من الدراسة والبحث فى الرياضيات ، ويبدو طبيعيًا أن يتجه المسلمون منذ وقت مبكر إلى مجالات التنجيم والفلك ، ومن هنا جاءت حاجتهم بجانب الحساب إلى استخدام حساب المثلثات لتكوين نموذج واضح للسماوات وارتباطها بأسلوب معيشتهم .

وحساب المثلثات وهو العلم الذى يقوم عليه الفلك قد استأثر باهتمام علماء المسلمين ، حيث أفردوا له دراسات مستفيضة أدت بدورها إلى العديد من الدراسات المفيدة والمعروفة جيدًا فى العلوم ، فعلى سبيل المثال يبدو أن المسلمين هم أول من قام بدراسة جادة فى مبادئ الضوء ، فقد كتب الحسن بن الهيثم كتابًا هامًا فى الضوء * ، ظل مرجعًا أساسيًا لعدة قرون ، فقد أورد ابن الهيثم فى

* تعليق : كتاب « المناظر » للحسن بن الهيثم ، المخطوطات رقم ٣٢١٢ حتى ٣٢١٦ بمكتبة الفاتح باستانبول ، يقوم بنشره كاملاً فى الوقت الحاضر الدكتور عبد الحميد ابراهيم صبرة الأستاذ بجامعة هارفارد بالولايات المتحدة الأمريكية . (المعرِّب)

كتابه هذا الصيغة الأولى لما أُطلق عليه فيما بعد قانون سنيل (Snell) لانكسار الضوء ، وأثار كتاب ابن الهيثم فى الضوء الاهتمام بالفلك وحساب المثلثات فى العصور المظلمة والعصور الوسيطة . ويكاد ألاّ يكون هناك شك فى أن هذه البحوث كانت ركيزة هائلة لعلماء بارزين من أمثال ليوناردو دافينشى* وجاليليو ونيوتن .

لقد كانت الحاجة إلى حلول عددية للمسائل المتعلقة بالفلك الكروى هى بكل تأكيد الحافز وراء التطوير المبدئى لحساب المثلثات ، بيْد أن عملية انسلاخه إلى فرع من فروع الرياضيات مستقلاً عن الفلك كانت بلا شك عملية بطيئة[1] . وربما يبدو علم حساب المثلثات ــ أكثر من أى فرع آخر من فروع الرياضيات ــ كما لو أن تطويره جاء نتيجة تفاعل متواصل بين عرض للنظريات الرياضية القابلة للتطبيق وبين متطلبات علم الفلك[2] ، وقد اعتبرت العلاقة القائمة بينهما علاقة وثيقة حتى عصر النهضة (١٤٥٠ ــ ١٦٠٠ م) ؛ وفى خلال هذه الفترة كان حساب المثلثات يعامل على أنه مجال مساعد للفلك ، بينما كانت المسائل الرياضية فى الفلك تُنسب إلى حساب المثلثات الكروى[3] .

وبعد انهيار مدرسة الإسكندرية انحسر علم الإغريق إلى جنوب إيطاليا وبيزنطه ، بَيْد أنَّه انتعش وانتشر فيما بعد على أيدى المسلمين ، فى القرنين التاسع والعاشر للميلاد عندما كانت أوروبا ترزح في ظلام نسبي كانت علوم المسلمين وثقافتهم فى أوجها[4] ، ويفيدنا البحث فى تطور حساب المثلثات فى القرنين الثانى

---

* **تعليق** : اشتملت مذكرات ليوناردو دافينشى على قائمة بأسماء الكتب التى كان يقتنيها قبل مغادرته لميلانو وتضم بعض مؤلفات العلماء المسلمين ، وقد وصلت بحوث ابن الهيثم فى الضوء إلى ليوناردو منقولة فى الكتاب الذى وضعه العالم البولونى ڤيتلو (Witelo) حوالى عام ١٢٦٠ م ، وقد اطلع ليوناردو على هذا الكتاب وبالتالى على بحوث ابن الهيثم فى مكتبة باڤيا (Pavia) عام ١٤٩٠ م ، وبدأ على أثر ذلك بحوثه الخاصة فى الضوء .

(راجع كتاب « عبقرية ليوناردو دافينشى فى الهندسة » ، للدكتور جلال شوقى ، مكتبة الأنجلو المصرية ، بالقاهرة ، عام ١٩٦٤ ، صفحتا ٣٥ ، ٣٦) (المعرِّب)

عشر والثالث عشر للميلاد فى الوقوف على العمل التقدمى فى العلم الذى كان يرفع لواءه المسلمون (٥) .

تعريف

إنَّ الفكرة الأساسية فى حساب المثلثات هى قياس المسافات بطريقة غير مباشرة . فهناك استحالة مادية فى قياس ارتفاع الهرم الأكبر فى مصر ، أو قياس أية مسافات أخرى لا يمكن الوصول إليها كعرض اختناق يطلب تزويده بجسر . فهذه وغيرها كثير من مسائل أخرى فى مجال المساحة والملاحة تعتمد على حل مثلثات (٦) .

والكلمة الغربية Trigonometry التى تُطلق على علم حساب المثلثات جاءت من الكلمة الإغريقية tri وتعنى ثلاثة ، gonon بمعنى زاوية ، و metria بمعنى قياس ، فهذه المقاطع توضح المدلول الابتدائى لهذا الفرع من العلوم الرياضية (٧) . وقد عرَّف جورج هو (George Howe) علم المثلثات على أنه « علم الزوايا ومجاله بيان كيفية قياس الزوايا واستخدامها بنفس السهولة التى نتداول بها الأطوال والمساحات » (٨) ، وقد عُرِّف حساب المثلثات كذلك على أنه قياس وحساب الأضلاع والزوايا فى مثلَّث (٩)

وبالرغم من أنَّ كلمة Trigonometry لم تستعمل حتى عام ١٥٩٥ م عندما أدخلها بتيسكوس (Pitiscus) (١٠) ، فإنَّ المسلمين كانوا يعملون فى التطوير الأساسى لهذا العلم بهمة وعناية فائقتين (١١) ، ونبيِّن فيما يلى إسهامات علماء المسلمين فى حساب المثلثات .

أصل حساب المثلثات

يُعرف حساب المثلثات اليوم كفرع من فروع الرياضيات يرتبط بالجبر ، وبهذا المفهوم يمكن تأريخه اعتبارًا من القرن الثامن للميلاد ، أمَّا إذا عومل على أنَّه تطوير للهندسة فإنه يمكن تأريخه من عصر عظماء الرياضيين والفلكيين الإغريق الذين ازدهروا لمدة قرنين من الزمان قبل بداية العصر المسيحى ولمدة قرنين آخرين بعده ، وإن اعتبر هذا العلم ببساطة على أنّه « قياس لزوايا ثلاث » وهو ما تعنيه

كلمة Trigonometry ، فإنَّه يمكن ردّ أصوله إلى العصر المصرى منذ أربعة آلاف عام[١٢] .

وما أن انتصف القرن الثانى عشر حتى كان علماء الرياضيات اللاتين قد وقفوا على علم حساب المثلثات عند المسلمين ، ربما فى آخر تطور له ، وإن لم يكن كذلك فقد وقفوا على أقل تقدير على حالة المعارف فى حساب المثلثات فى نهاية القرن السابق عليه[١٣] . ويكاد يكون كل التقدُّم الذى تم فى حساب المثلثات فى القرنين الثانى عشر والثالث عشر قد أحرزه علماء الرياضيات المسلمون ، كما أنه كُتب باللغة العربية ، وكان حساب المثلثات اللاتينى فى ذلك الوقت انعكاساً باهتاً لحساب المثلثات عند المسلمين[١٤] ، وقد ظل كذلك حتى القرن الرابع عشر عندما بدأ يكتسب أهمية فى كلية ميرتون (Merton College) فى أكسفورد[١٥] .

ويقوم حساب المثلثات عند المسلمين على نظرية بطليموس وإن كان يفوقها من وجهتين هامتين ، أولاهما أنه يستخدم نسبة «الجيب» بينما يستخدم بطليموس الوتر ، وثانيهما أنّ حساب المثلثات عند المسلمين اتخذ شكلاً جبريًّا بدلاً من الشكل الهندسى عند بطليموس[١٦] ، فنظرية الجيب وجيب التمام والظل هى من تراث المسلمين . ولا تكتمل استعادة ذكريات الحقب الزاهرة لبيرباخ (Peurbach) وريجيومونتانوس (Regiomontanus) وكوبيرنيكوس (Copernicus) دون الرجوع إلى الأعمال الأساسية والتمهيدية التى قامت على أكتاف علماء الرياضيات المسلمين[١٧] .

ولنتصوّر حركة خط (ويُعرف اليوم بنصف القطر الموجَّه) فى اتجاه مُعاكس لاتجاه عقارب الساعة وذلك حول نقطة ثابتة ، فتكوِّن الأعمدة المسقطة من طرف هذا الخط ـ (فى أوضاعه المختلفة) ـ على الاتجاه الأصلى قطوعًا تقابل أنصاف الأوتار التى أشار إليها بطليموس ، وقد أصبح طول هذه القطوع أو أنصاف الأوتار مرتبطًا بالزاوية التى يدور بها الخط الدوَّار[١٨] .

يُعـرف نصف الوتر فى العربية بكلمة «جيبا» * التى التبست بكلمة

---

* تعليق : الكلمة مشتقة أصلاً من اللفظ السنسكريتى "Jiva" جِيفَ ، كتبها العرب جِيبَ ، ثم نطقوها جَيْبًا مع عدم ارتباطها من قريب أو من بعيد بجيب الثوب (المعرِّب)

«جيب» * . وكثيرًا ما كانت الكلمات العربية تكتب دون حروف متحركة ، والحرفان الساكنان فى جيبا وجيب هما جـ ، ب[١٩] ، ولكن كلمة «جيب» لا تتعلق بطول نصف الوتر حيث إنها تعنى «فتحة ثوب عند القبة أو الصدر» ، وعندما اعتاد الرياضيون الأوربيون الاصطلاحات العربية الخاصة بأنصاف الوتر كانوا يطلقون عليها كلمة (جيب) التى تشير إلى معنى الصدر ولا تعنى شيئًا بالنسبة لموضوع المثلثات . وبالتالى فقد ترجم الرياضيون الأوربيون كلمة «جيب» إلى الكلمة اللاتينية « sinus » وتعنى «صدر» أو «طى» ، وقد اشتقت كلمة « sine » لنصف الوتر من الكلمة اللاتينية « sinus »[٢٠] .

وبينما كانت بداية معاملة حساب المثلثات كفرع لعلم الفَلك ، فقد تحوّل إلى دراسة مستقلة ، وقد تفوّق المسلمون تفوقًا عظيمًا على الإغريق والهنود فى مجال حساب المثلثات من جهة أنهم توسّعوا فى حساب واستخدام جداول دوال حساب المثلثات الستة** ، وأرسوا العلاقات الأساسية بينها[٢١] .

البتّانـــى

إن الإنسان فى القرن التاسع للميلاد قد تعرضّ بالدراسة ـ تمامًا كما يفعل إنسان اليوم ـ إلى لغز الوجود وعلاقة الأرض بالسماء ، ومن ثمّ فليس من المستغرب أن يوجِّه المسلمون عنايتهم إلى حساب المثلثات الكروى ، وقد صار البتّانى عميدهم فى هذا المجال[٢٢] . وكانت ولادة محمد بن جابر بن سنان أبي عبد الله البتّانى فى بتّان من أعمال بلاد ما بين النهرين عام ٨٥٠ م ، وكانت وفاته فى دمشق عام ٩٢٩ م[٢٣] ، وكان البتّانى أميرًا عربيًا وواليًا على سوريا ، ويعد أعظم علماء المسلمين فى الفلك وفى الرياضيات[٢٤] .

وإلى البتّاني يرجع الفضل أساسًا فى إرساء المفاهيم الحديثة ورموز الدوال فى

* **تعليق** : كلمة «جيب» فى العربية بمعنى كيس يُخاط فى جانب الثوب ، وترد أيضا بمعنى قلب أو صدر . (المعرِّب)

** يقصد بها الجيب وجيب التمام والظل وظل التمام والقاطع وقاطع التمام . (المعرِّب)

حساب المثلثات واستقلالها المميز[٢٥] ، وإليه تعزى كتابات متعددة فى التنجيم بما فى ذلك تعليق على الكتب الأربعة « Tetrabiblon » لبطليموس*، إلاّ أن إنجازه الرئيسى كان كتابًا فلكيًّا يحتوى على جداول عُرف فى الغرب باسم :

"De Scientia & De Numeris Stellarum et Motibus"

أى « عن علم وعدد النجوم وحركتها » .

الذى احتفظ بأثره البالغ حتى عصر النهضة الأوروبية ، ولقد قام البتّانى طوال حياته بعمل أرصاد فلكية ذات مدى ودقة جديرة بالتقدير ، وتضم جداوله مخططًا للنجوم الثوابت صنّفه عام ٩٠٠ ـ ٩٠١ م ، وقد وجد أن موضع أوج الشمس قد زاد بمقدار ٤٧ ١٦° عما كان معروفًا منذ نظرية بطليموس لحركة الكواكب عام ١٥٠ م ، الأمر الذى يوحى باكتشاف حركة أوج الشمس ، وتمكّن البتّاني من تعيين معاملات فلكية متعددة بدقة رائعة : فوجد أن مقدار تقهقر الاعتدالين هو ٥٤,٥ ثانية فى العام** ؛ وأنّ مقدار ميل فلك البروج عن فلك معدّل النهار (أى الميل الأعظم) هو ٣٥ ٢٣° ، وقد أثبت البتّانى إمكان حدوث الكسوف السنوي للشمس ، ولم يؤمن بحدوث حالة ارتباك عند مرور الشمس فوق خط الاستواء[٢٦] .

وفى تلك الحقبة من الزمن كان اشتغال البتّاني بالأعمال الفلكية موجّهًا أساسًا لحساب المثلثات ، وكان يستخدم الجيوب بانتظام مع تَيقُّن واضح من تفوّقها على الأوتار التى استعملها الإغريق ، وقد أكمل البتّانى ـ الذى عُرف عند اللاتين باسم « Albategnius » ـ إدخال دوالّ الظل وظل التمام ، وعمل جدولاً لظل التمام بدلالة الدرجات[٢٧] ، كما عرف البتّاني العلاقة بين الأضلاع والزوايا فى المثلث الكروى العام التى يُعبَّر عنها بالمعادلة :

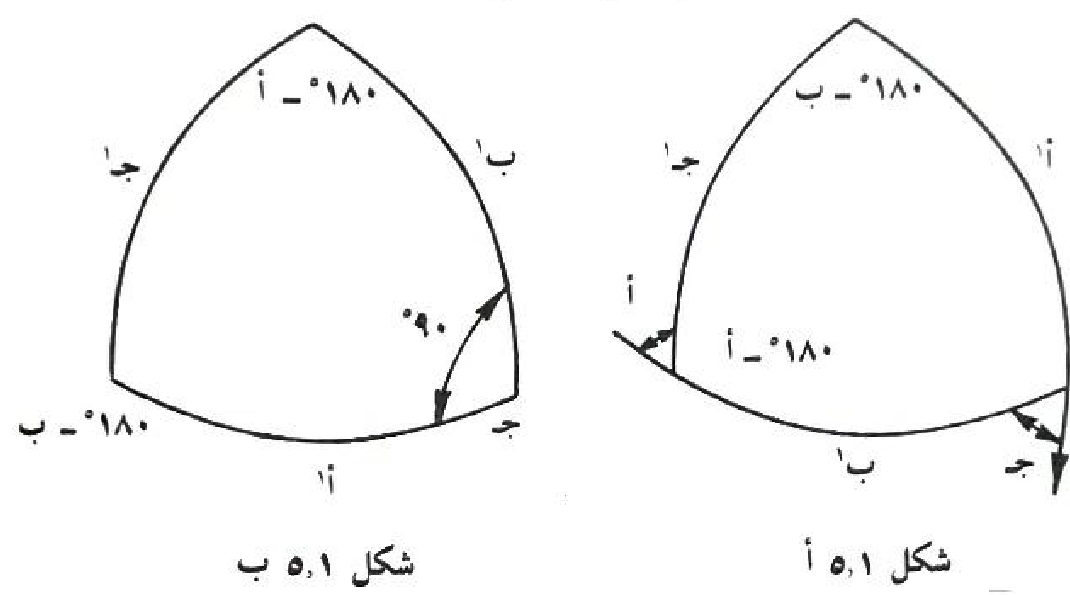
---

* **تعليق** : للبتانى كتاب « المقالات الأربع فى القضاء بالنجوم » ، توجد له مخطوطة فى برلين وأخرى فى مكتبة الإسكوريال بأسبانيا . (المعرِّب)

** **تعليق** : يعتبر هذا المقدار عالى الدقة بالنسبة لما كان متاحًا من أجهزة الرصد فى القرن العاشر ، حيث إن القيمة الصحيحة لمقدار تقهقر الاعتدالين التى نعرفها اليوم هى ٥٠,٢ ثانية .

(المعرِّب)

جتا أ = جتاب ً.جتاجـ ً + جاب ً.جاجـ ً.جتا أ ، انظر شكل ٥,١ أ[٢٨] ، وفى المثلث الكروى القائم الزاوية عند جـ أعطى البتانى المعادلة :
جتاب = جتاب ً.جا أ ، انظر شكل ٥,١ ب[٢٩] .



شكل ٥,١ أ **شكل ٥,١ ب**

لم يقتصر البتانى على حساب جداول الجيب والظل وظل التمام من الصفر حتى ٩٠° بدقة بالغة ، وإنما قام كذلك بتطبيق العمليات الجبرية على متطابقة حساب المثلثات للمثلث الكروى[٣٠] ، وحسب جداول ظل التمام على أساس العلاقة :

$$\text{ظتا أ} = \frac{\text{جتا أ}}{\text{جا أ}} \quad (٣١)$$

وللبتـانى أيضًا مجموعة من الكتب والرسائل مثل «كتاب معرفة مطالع البروج فيما بين أرباع الفلك» و «رسالة فى تحقيق أقدار الاتصالات» و «شرح المقالات الأربع لبطليموس» ، ويعتبر «الزيج الصابئي»* أهم أعماله ويضم دراسة فلكية

* **تعليق** : استعمل العرب لفظة «زيج» وجمعها أزياج وزيجات وزيجة بمعنى جداول للحُسَّاب والقائمين بأعمال الرصد ، واللفظة فارسية الأصل حيث تعنى كلمة «زيك» خيط الشاغول أو خيط البنّاء وأيضًا السّدى المستخدم فى النسيج ، وقد أطلق هذا الاسم على الجداول العددية لاشتمالها على خطوط رأسية ، وقد نشر الدكتور كرلو نالينو «كتاب الزيج الصابئ» عن مخطوطة الإسكوريال مصحوبًا بترجمة لاتينية لـ"Opus Astronomicum"فى ثلاثة مجلدات بروما ١٨٩٩ ـ ١٩٠٧ م ، ويمكن الحصول على نسخة مصورة له من مكتبة المثنى ببغداد .

(المعرِّب)

ومجموعة من الجداول ضمّنها نتائج أرصاده التى كان لها أبلغ الأثر ليس فقط على علم الفلك فى العالم الإسلامى ، ولكن على تطوُّر علم الفلك وحساب المثلثات الكروى فى أوروبا فى العصور الوسطى وبداية عصر النهضة كذلك[٣٢] .

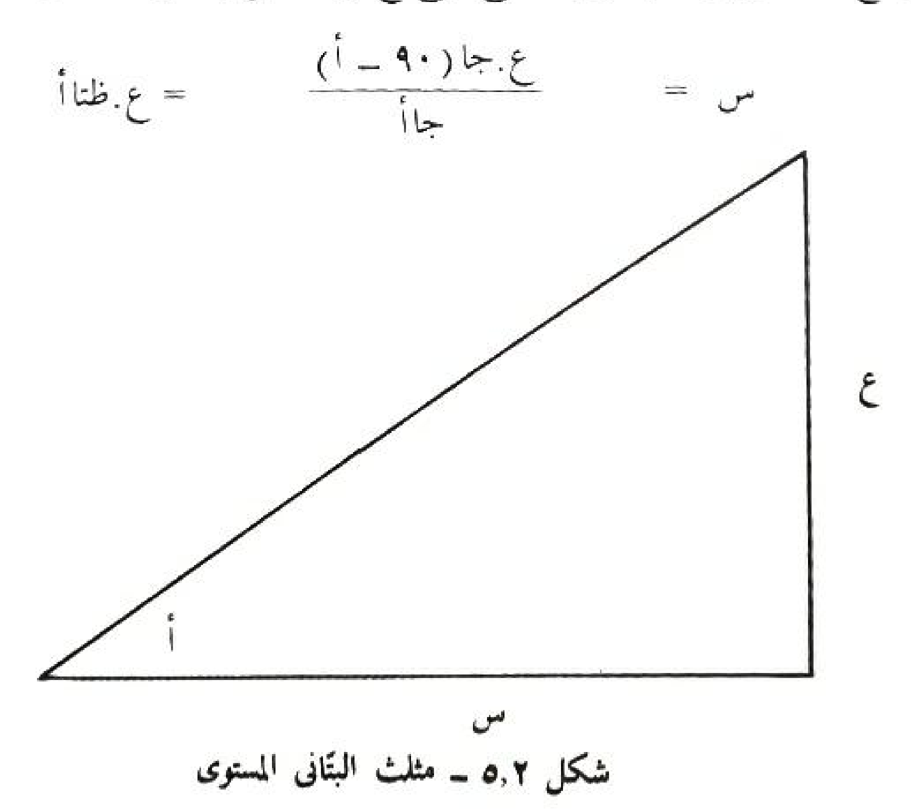
كتب البتانى عن الظل ، بيْد أنه يبدو أن علماء الغرب الأولين لم يعترفوا بميزاته . وقد أشار إليه رياضيون كثيرون فى القرن الثالث عشر بكلمة umbra بمعنى أثر أو ظل ، وفى القرن الرابع عشر ناقش ليفى بن جرشون (Levi Ben Gershon) الظل وذلك فى كتابه :

"De sinibus chords, et arcubus, item instrumento revelatore secretorum"

أى «عن الجيب والأوتار والقسى ، وكذا عن الأدوات التى لا تزال سرًّا» وهو أول مرجع غربى فى حساب المثلثات ، ولكن ريجيومنتانوس (Regiomontanus) الذى ولد فى كونجزبرج (Konigsberg) عام ١٤٣٦ م كان ممن يقدر فائدة الظل ، الأمر الذى حدا به إلى مراجعة الكتاب بأكمله فى ضوء كتابات البتانى[٣٣] .

وقد أورد البتانى ـ الذى كان يطلق عليه (بطليموس بغداد) ـ قاعدة لحساب ارتفاع الشمس بالنسبة إلى ارتفاع برج ع وظله س بالصيغة[٣٤] :

$$س = \frac{ع.جا(٩٠ - أ)}{جاأ} = ع.ظتاأ$$



شكل ٥,٢ ـ مثلث البتّانى المستوى

وعند اكتشاف حركة أوج الشمس وجد البتّانى أن بطليموس قد أخطأ بمقدار ١٧ درجة ، وبحساب البتانى لطول السنة على أنه ٣٦٥ يومًا و ٥ ساعات و ٤٦ دقيقة و ٢٤ ثانية يكون قد أصاب فى حدود دقيقتين من الطول الزمنى الصحيح للسنة . كذلك قام البتانى بتصحيح أرصاد أخرى لبطليموس وذلك بعمل جداول تأخذ فى الاعتبار حركة الشمس والقمر والكواكب[٣٥] .

رياضيون شهيرون آخرون من المسلمين

ساهمت فى تطوير حساب المثلثات كذلك جهود علماء آخرين من رياضيىّ المسلمين من أمثال البيرونى وابن الشاطر والخوارزمى وابن الهيثم ، ويلاحظ أن كثيرًا من هؤلاء الرياضيين قد شاركوا كذلك بتطويرات رئيسية فى مجالات أخرى من المعرفة .

البيرونى

البيرونى واحد من أولئك الذين أرسوا قواعد علم حساب المثلثات الحديث ، ولم يكن البيرونى عالمًا رياضيًّا فحسب بل كان أيضًا عالم فيزياء إلى جانب اشتغاله بالفلسفة والجغرافيا والفلك[٣٧] ، ويتمثل إسهامه فى الفيزياء فى دراساته الخاصة بالثقل النوعى ، وبحثه عن مصدر المياه الجوفية[٣٨] ، وقد أقام البيرونى فى الهند زهاء ثلاثة عشر عامًا (١٠١٧ ــ ١٠٣٠ م) ، وخصص جانبًا كبيرًا من وقته وجهده فى دراسة فنون أهل الهند وعلومهم ، وكانت لديه معارف واسعة فى علوم الإغريق وثقافتهم[٣٩] .

ويعتبر تقى الدين الهلالى العلاّمة البيرونى «واحدًا من أعظم العلماء فى كل الأزمان»[٤٠] ، وقد بحث البيرونى إمكانية دوران الأرض حول محورها[٤١] وذلك قبل جاليليو بستة قرون .

قام البيرونى بإجراء قياسات جيوديسية[٤٢] وعيَّن طول محيط الكرة الأرضية بطريقة تدل على عبقرية فذة[٤٣] ، وبالاستعانة بالرياضيات تمكّن من تحديد سمت القبلة (اتجاه مكة المكرمة) فى جميع أنحاء العالم[٤٤] .

ابن الشاطر

هو علاء الدين على بن ابراهيم بن الشاطر المؤقت عالم حساب المثلثات العربى . ولد فى شهر مارس من عام ١٣٠٦ م وتوفى فى دمشق عام ١٣٧٥ م . وقد قام بأعماله العلمية فى دمشق حيث كان يعمل مؤذنًا فى الجامع الأموى الكبير.

ويُعدُّ ابن الشاطر واحدًا من أبرز الفلكيين فى عصره . وقد قام بعمل أرصاد فلكية قيمة كتب عنها مؤلفًا خاصًا أسماه « رصد ابن الشاطر » . وابتكر أجهزة فلكية كما كتب عدة رسائل شرح فيها تركيبها وكيفية استعمالها . وكان ابن الشاطر يقوم بأرصاده بانتظام وبدقة للوقوف على حركة الأجرام السماوية . فعيَّن فى دمشق عام ١٣٦٥ م ميل مستوى مسار الأرض فوجده يساوى ٢٣ درجة و ٣١ دقيقة . بينما وُجد أن مقدار هذا الميل يبلغ على عصره ٢٣ درجة و ٣١ دقيقة و ١٩,٨ ثانية على أساس حساباتنا الحالية[٤٥] .

وفى كتاب ابن الشاطر الذى اختتم فيه إصلاح « الأصول » نبذ كامل لنظرية بطليموس الخاصة بالتأخر اللامركزى ، حيث أدخل ابن الشاطر تداوير ثانيًا ، وصار نظام كل من الشمس والقمر مختلفًا عن نظام بطليموس . وإنَّ أعظم ما يدعو للاهتمام هو أنَّ النظرية القمرية لابن الشاطر مطابقة تمامًا لنظرية كوبرنيكوس (Copernicus) (١٤٧٣ ـ ١٥٤٣ م) فيما عدا بعض اختلافات طفيفة فى المتغيرات .

افترض بطليموس مسارًا دائريًا للشمس ، ولكن المسار الذى اقترحه ابن الشاطر يحيد قليلاً عن الحركة الدائرية ، ويعتبر الخطأ الرئيسى الذى وقع فيه بطليموس فى نظامه القمرى أنه بالغ فى التغيير الذى يحدث فى بُعْد القمر . ويعتبر الإسهام الرئيسى لكوبرنيكوس فى النظرية القمرية هو تفاديه لخطأ بطليموس هذا[٤٦] .

هذا ولا يوجد فى كتابات ابن الشاطر أثر لفكرة التمركز حول الشمس ، ولقد تمكن ابن الشاطر وكوبرنيكوس من الإفادة من حركات تلك الأجرام السماوية التى يمكن تمثيلها بتراكب حركات دائرية منتظمة[٤٧] .

وهناك تشابه كبير بين نماذج ابن الشاطر ونماذج كوبرنيكوس حيث يشتمل كل

من النظامين على موجِّهٍ ثابت الطول يدور بسرعة زاوية ثابتة ، وقد نأى هذان الفلكيان عن فكرة التساوى عند بطليموس إلاَّ أن طول الموجِّهين فى النظامين يكاد يكون متساويًا ، وهما فى أحوال كثيرة متطابقان[٤٨] .

الخوارزمى

بنى الخليفة المأمون مرصدًا فى بغداد وآخر فى سهول تدمر ، وقد شجعت رعايته للعلماء القيام بعمل الأرصاد الفلكية من كل نوع ، فجُمعت الجداول الخاصة بحركات الكواكب ، وحُدِّد ميل مستوى مسار الأرض ، وأُجريت قياسات جيوديسية بعناية ، وكان الخوارزمى من أوائل من قاموا بحساب الجداول الفلكية وجداول حساب المثلثات[٤٩] ، وتضم أعمال الخوارزمى فى حساب المثلثات جداوله المائة لقيم الجيوب وظلال التمام[٥٠] .

ابن الهيثم

هو أبو على الحسن بن الحسن بن الهيثم ، وُلد فى البصرة بالعراق عام ٩٦٥ م ، وتوفى فى القاهرة عام ١٠٣٩ م ، وكان واحدًا من أبرز علماء الرياضيات وواحدًا من أعظم الباحثين فى علم الضوء فى كل العصور ، وبوصفه عالمًا فيزيائيًا كتب ابن الهيثم تعليقات على أعمال أرسطو وجالينوس[٥١] ، وترجع شهرته إلى كتابه فى الضوء ، ذلك الكتاب الذى صار معروفًا عند كبلر (Kepler) فى القرن السابع عشر[٥٢] ، وقد كان لكتابه العظيم «كتاب المناظر» أثر عظيم على تدريب العلماء المتأخرين فى غرب أوروبا[٥٣] .

وتكشف كتابات ابن الهيثم عن تطويره الدقيق للإمكانات التجريبية ، وتدل الجداول التى أعدّها لزوايا الدخول وزوايا الانكسار المقابلة لها عند مرور شعاع الضوء من وسط إلى آخر كيف أنه كاد أن يكتشف قانون نِسَب الجيوب لأى زوجين مُعطيين من الوسط ، وهو القانون الذى عُزِىَ إلى سنيل (Snell) فيما بعد ، وقد درس ابن الهيثم ظاهرة قوس قزح ، وفسرها بالانكسار الجوى مع تقديره لموضع الشمس تحت خط الأفق بمقدار ١٩ درجة عند بداية الظاهرة فى الصباح أو عند انتهائها فى المساء ، ويبلغ المقدار المعمول به حاليًا على وجه العموم ١٨ درجة[٥٤] .

وعلى هذا الأساس قدَّر ابن الهيثم ارتفاع طبقة الهواء المتجانس بحوالى ٥٥ ميلاً وهو تقريب دقيق ، وقد وقف ابن الهيثم على القوانين التى تحكم تكوّن الصور فى المرايا الكرويّة والمرايا المشكّلة على هيئة قطع مكافئ ، وعرف أسباب الزيغ الكروى والتكبير باستعمال العدسات ، وقد قدَّم نظرية فى الإبصار أكثر صحَّةً من تلك التى نادى بها الإغريق مبيِّنًا أن نظام العدسة فى العين نفسها هو الجزء الحساس ، كما تمكّن ابن الهيثم من حلٍّ عدد من المشاكل العويصة فى الهندسة فيما يتعلق بالضوء ، فعلى سبيل المثال تمكَّن ابن الهيثم ـ بفضل تفوُّقه فى الرياضيات ـ من إيجاد حل لحالة سطح انعكاس لازيغى[٥٥] ، وفى سنى عمره المتأخرة ذهب ابن الهيثم إلى مصر حيث حاول لبعض الوقت تنظيم أحوال نهر النيل ، ثم أخذ يتكسب بنسخ الكتب الرياضية[٥٦] .

تلخيص

حساب المثلثات علم يحقق غرضين عمليين ، فهو يرث من كلٍّ من الفلك (علم الأجرام السماوية) ومن الهندسة (علم القياسات الأرضية) معضلته الأساسية ، ألا وهى قياس المسافات التى لا يمكن الوصول إليها .

يقول إدوارد بينج (**Edward J. Byng**) :

« حساب المثلثات هو أساسًا ابتكار أصيل للعرب ، كذلك الحال بالنسبة للهندسة التحليلية والجبر الذى أصبح اسمه نفسه هو ذات الاسم الذى يُعرف به فى العالم أجمع ، وقد تمكن العرب من حل معادلات الدرجة الثالثة بإنشاءات هندسية ، وكان من نتائج إنجازاتهم الثورية فى حساب المثلثات أن اخترعوا نظام الملاحة بالاسترشاد بالكواكب ، وهو النظام الذى مازال يُشكِّل أساس التدريب لضابط بحرية حديث ، حتى ان بعض التعابير المستعملة فى الملاحة الحديثة مثل « nadir و zenith و azimuth »* هى تعابير عربية ، وقد اكتشفت الإبرة

---

* **تعليق** : أُخذت هذه الألفاظ من الكلمات العربية . « السَّمت ، سمت الرأس ، نظير السمت » على التوالى .
(المعرِّب)

المغنطيسية فى الصين . إلاّ أنّ العرب هم الذين طوّعوها للاستعمال فى الملاحة باختراعهم لبوصلة البحارة . كذلك اخترعوا الاسطرلاب[57] + ° . »

يعتمد حساب المثلثات على الرياضيات ، وبنفس الأهمية تعتمد الملاحة على الأجهزة المتعلقة بحساب المثلثات ، وفى هذا المجال أيضًا أثبت المسلمون أنهم روّاده الأساسيون ، ففى العصور الوسطى لم تكن هناك مناظير مكبِّرة (تلسكوبات) ولا وسائل كهربية ولا رادار ، وكان يتعيَّن إجراء القياس بوسائل ميكانيكية بحتة مثل ذات الربع والاسطرلاب وقد صمم المسلمون أجهزتهم بمقاييس أكبر مما كان معروفًا قبلهم وذلك بقصد خفض مجال الخطأ ، وكان مرصد المراغة فى القرن الثالث عشر هو أشهر المراصد التى استخدمت فيها هذه الأجهزة حيث تضافرت جهود فلكيين مرموقين من بلاد متعددة .

وكان المسلمون على بيِّنةٍ من مبادئ حساب المثلثات الكروى الذى يُنسب إلى البتانى أسبق علماء المسلمين المرموقين فى الفلك .

وقد أدّت الإسهامات البالغة التى قدَّمها علماء الرياضيات المسلمون فى علم الفلك إلى انحسار دائرة الضوء عن أعمالهم فى مجال الهندسة ، فبالرغم من أنهم لم يزيدوا من نظريات الهندسة إلاّ أنّ المسلمين أقاموا علاقة وثيقة بين الهندسة والجبر فى حلولهم الهندسية للمسائل الجبرية ، ومن أبرز إسهامات المسلمين فى الهندسة نقلهم لكتاب «الأصول» لإقليدس من الإغريقية إلى اللغة العربية .

+ الاسطرلاب هو صورة مبكِّرة لجهاز السدْسيَّة (أو ذات السدس) الحديث .

° **تعليق** : كلمة اسطرلاب كلمة إغريقية الأصل : αστρολάβος (اسطرولابوس) ، وتسمى في اللاتينية **(astrolabium)**، والكلمة الإغريقية مبنيَّـة عـلى كلمة αστρον أسطرون بمعنى نجم . (المعرِّب)

Notes الملاحظات

١ - عباس العزاوى : «تاريخ علم الفلك فى العراق» ، مطبوعات المجمع العلمى العراقى ، بغداد عام ١٩٥٨ م - ١٣٧٨ هـ ، صفحة ١٧ .

1. Abbas El-'Azzawi, *History of Astronomy in Iraq* (Baghdad, Iraq Academy Press, 1959), p.17.

2. Edward S.Kennedy, 'The History of Trigonometry,' *Historical Topics for the Mathematics Classroom*, Thirty-first Yearbook National Council of Teachers of Mathematics (Washington, D.C., National Council of Teachers of Mathematics, 1969), p.333. - ٢

3. George Sarton, *The Appreciation of Ancient and Medieval Science During the Renaissance* (1450-1600) (Philadelphia, University of Pennsylvania Press, 1955), p.160. - ٣

4. H. T. Pledge, *Science Since* 1450: *A Short History of Mathematics, Physics, Chemistry, and Biology* (New York, Philosophical Library, 1947), p.11. - ٤

5. George Sarton, *Introduction to the History of Science: From Rabbi Ben Ezra to Roger Bacon* (Baltimore, The Williams and Wilkins Company, 1953), Vol.II,Part I,p.11. - ٥

6. Lee Emerson Boyer, *Mathematics: A Historical Development* (New York, Henry Holt and Company, 1954), p.415. - ٦

7. A. Hooper, *The River Mathematics* (New York, Henry Holt and Company, 1945), p.222. - ٧

8. George Howe, *Mathematics for the Practical Man* (New York, D. Van Nostrand Company, 1957), p.81. - ٨

9. Charles Hutton, *A Course of Mathematics* (Glasgow, Richard Griffin and Company, 1833), p.415. - ٩

10. Alfred Hooper, *Makers of Mathematics* (New York, Random House, 1948), p.107. - ١٠

11. Josper O. Hassler and Rolland R. Smith, *The Teaching of Secondary Mathematics* (New York, The Macmillan Company, 1935), pp.87-8. - ١١

12. The Faculties of University of Chicago, Editorial Advisors, *Encyclopaedia Britannica* (Chicago, Encyclopaedia Britannica, 1969), Vol. 22, pp.235-6. - ١٢

13. Sarton, op. cit., Vol. II, Part I, p.11. ١٣ - سارطون فى كتابه المشار إليه عاليه .

14. Rom Landau, *Arab Contribution to Civilization* (San Francisco, The American Academy of Asian Studies, 1958), pp.35-6. ‏١٤ -

15. Sarton, op. cit., Vol. II, Part I,p.11. ‏١٥ - سارطون فى كتابه المشار إليه عاليه .

16. Henry B. Fine, *Number System of Algebra* (New York, D. C. Heath and Company, 1890), p.110. ‏١٦ -

17. Joseph Hell, *The Arab Civilization* (Lahore, Sh. Mohd. Ahmad, 1943), p.96. ‏١٧ -

18. Dirk J. Struik, *A Concise History of mathematics* (New York, Dover Publications, 1967), p.74. ‏١٨ -

19. Indian Office Library, London, England, Arabic MSS, 772, fol. 17^{b}-18^{a}. ‏١٩ -

‏٢٠ - هوبر فى كتابه المشار إليه عاليه ، صفحتا ٢٢٤ ، ٢٢٥ .

20. Hooper, *The River Mathematics*, op. cit., pp.224-5.

21. Rene Taton, *History of Science: Ancient and Medieval Science from the Beginning to* 1450 (New York, Basic Books, 1963), Vol. I, pp.410-11. ‏٢١ -

22. F. W. Kokomoor, 'The Status of Mathematics in India and Arabia During the "Dark Ages" of Europe,' *The Mathematics Teacher*, XXIX (January 1936), 229. ‏٢٢ -

‏٢٣ - أبو عبدالله محمد بن سنان بن جابر الحرّانى : «كتاب الزيج الصابئ» ، طبع بمدينة رومية العظمى عام ١٨٩٩ م ، صفحة XI .

23. Abo 'Abdullah Mohammed ibn Sinan ibn Jabir Al-Harrani, *Kitab Assij Assabi*' (Rome, Tubi 'a bi Madinat Rumiyah al-'Uzma, 1899), p. xi.

24. Stephan and Nandy Ronart, *Concise Encyclopaedia of Arabic Civilization: The Arab East* (New York, Frederick A. Praeger, 1960), p.xi. ‏٢٤ -

25. Kokomoor, op.cit. ‏٢٥ - كوكومور فى كتابه المشار إليه عاليه .

26. Bodleian Library, Oxford, England, Arabic MSS, 119, fol. (ff. 49^{r}-54^{r}). ‏٢٦ -

27. George Sarton, *Introduction to the History of Science: From Homer to Omar Khayyam* (Baltimore, The Williams and Wilkins Company, 1953), Vol. I, pp.602-3. ‏٢٧ -

28. J. F. Scott, *A History of Mathematics: From Antiquity to the Beginning of the Nineteenth Century* (London, Taylor and Francis Ltd, 1969), p.52. ـ ٢٨

29. Howard Eves, *An Introduction to the History of Mathematics* (New York, Holt, Rinehart, and Winston, 1969), p.194. ـ ٢٩

30. George E. Reves, 'Outline of the History of Trigonometry,' *School Science and Mathematics*, LIII, No. 2 (February, 1953), p.141. ـ ٣٠

31. Carra De Vaux, 'Astronomy and Mathematics, '*The Legacy of Islam* (London, Oxford University Press, 1931), p.389. ـ ٣١

32. H. A. R. Gibb, J. H. Kramers, E. Levi-Provencal, and J.Schacht (eds.), *The Encyclopaedia of Islam* (London, Luzac and Company, 1960), New Edition, Vol.I,pp.1104-5. ـ ٣٢

33. Rene Taton, *History of Science: The Beginnings of Modern Science* (New York, Basic Books, 1964), Vol.II,p.17. ـ ٣٣

34. David Eugene Smith, *History of Mathematics* (New York, Ginn and Company, 1925), Vol.II,p.608. ـ ٣٤

35. J. Villin Marmery, *Progress of Science* (London, Chapman and Hall, 1895), pp.33-4. ـ ٣٥

36. Mohammed Saffauri and Adnan Ifram (trans.), *Al-Biruni on Transits* (Beirut, American University of Beirut Press, 1959), p.17. ـ ٣٦

37. Sir William Cecil Dampier, *A Shorter History of Science* (New York, The Macmillan Company, 1945), p.39. ـ ٣٧

38. Carl B. Boyer, *A History of Mathematics* (New York, John Wiley and Sons, 1968), pp.263-4. ـ ٣٨

39. Bibhutibhusan Datta and Avadhesh Narayan Singh, *History of Mathematics* (Lahore, Motilal Banarsi Das, 1935), Part I,p.98. ـ ٣٩

40. Taki Ed Din al-Hilali, *Die Einleitung zu al-Birunis Steinbuch* (Leipzig, Otto Harrassowitz, 1941), p.vii. ـ ٤٠

41. Rom Landau, *The Arab Heritage of Western Civilization* (New York, Arab Information Center, 1962), p.33. ـ ٤١

42. Sir William Cecil Dampier, *History of Science* (New York, The Macmillan Company, 1943), p.82. ـ ٤٢

43. C. Edward Sachau, *Chronologie Orientalischer Volker, von al-Beruni* (Leipzig, In Commission bei F. A. Brockhaus, 1878), pp.184-6. ـ ٤٣

44. Jamil Ali (trans.), *Tahdid al-Amakin by al-Biruni* (Beirut, The American University Press, 1966), p.8. ـ ٤٤

45. George Sarton, *Introduction to the History of Science* (Baltimore, The Williams and Wilkins Company, 1948), Vol. III, Part II,p. 1524. ٤٥ -

46. Victor Roberts, 'The Solar and Lunar Theory of Ibn Al-Shatir, A Pre-Copernican Model, '*Isis*, XLVIII, Part 4,No. 154 (December 1957), p.428. ٤٦ -

47. E. S. Kennedy and Victor Roberts, 'The Planetary Theory of Ibn AL-Shatir, '*Isis*, L, Part 3,No.161 (September 1959), 233. ٤٧ -

48. Fuad Abbud, 'The Planetary Theory of Al-Shatir: Reduction of the Geometric Models to Numerical Tables, '*Isis*, LIII, Part 4, No. 174 (December 1962), 492. ٤٨ -

49. Sarton, *Introduction to the History of Science*, op.cit., Vol. I,p. 545. ٤٩ -

50. Raymond Clare Archibald, 'Hindu, Arabic, and Persian Mathematics-600 to 1200,' *American Mathematics Monthly*, LVI (January 1949), 30. ٥٠ -

51. Theodore F. Van Agenen, *Beacon Lights of Science* (New York, Thomas T. Crowell Company, 1924), pp.45-6. ٥١ -

52. Solomon Bochner, *The Role of Mathematics in the Rise of Science* (Princeton, New Jersey, Princeton University Press, 1966), p.304. ٥٢ -

53. Van Wagnen, op. cit.

٥٣ - فان فاجنن فى كتابه المشار إليه عاليه .

54. Nagula Shahin, 'Al-Daw'u al-Mustagtabu wa al-Tswiru al- Mighari al-Mulawwan,' *Gafilh Azzit*, XX (March-April 1972),pp. 7-8. ٥٤ -

(الضوء المستقطب والتصوير المجهري الملوّن)

55. Ibid.

٥٥ - نفس المرجع السابق .

56. M. Th. Houtsma, A. J. Wensinck, T. W. Arnold, W. Heffening, and E. Levi-Provencal (eds.), *The Encyclopaedia of Islam* (London, Luzac and Company, 1927), Vol.II,p.382. ٥٦ -

الفصل السادس

الهندســة

بزغت شمس الرياضيات خلال الحوادث الأولى فى التاريخ الإنسانى ، عندما وجد الإنسان نفسه محتاجًا لأن يعدَّ أو أن يقيس ، وقد أدّت هذه الأنشطة المبكِّرة إلى إذكاء التطور الطبيعى لِعلْمين مستقلين هما الحساب والهندسة ، وبالتالى فقد قامت الرياضيات على دعامة مزدوجة متّخذة سبيلين رئيسيين ، ويبدو أنّ العمليات الحسابية من عدٍّ وقياس قد تطورت فى آن واحد على مدى الزمان[1] .

لا شك أن الحضارة المعاصرة تقوم على العلم والتكنولوجيا ، حيث يُعتبر العلم الحديث امتدادًا واستمرارًا لمحاولة قديمة ، ولم يكن للحضارة المعاصرة أن تقوم لها قائمة دون فكر علمى[2] . وكان كتاب إقليدس المعروف باسم «كتاب الأصول» * هو أول عمل إغريقى يترجم للدارسين فى بلاد المسلمين[3] .

بدأت ترجمات أعمال متنوعة أيام خلافة المنصور ، وأُجرى عليها مزيد من التطوير فى خلافة حفيده المأمون الذى كان حاكمًا على قدر عظيم من الذكاء والعلم ، اهتمّ بالفلسفة والدين ، وكان عاملاً فعّالاً فى الكشف عن أعمال الشعوب السالفة وترجمة أعمالهم ، وفى فترة خلافة هارون الرشيد قام الحجاج بن يوسف بنقل كثير من أعمال الإغريق إلى اللغة العربية ، ومن بين هذه الترجمات المقالات

---

* **تعليق** : عرف كتاب إقليدس عند العرب باسم «كتاب الأصول الهندسية لإقليدس» ، يقول عنه ابن القفطى فى كتابه «إخبار العلماء بأخبار الحكماء» : «... وسمّاه الإسلاميون «الأصول» ، وهو كتاب جليل القدر عظيم النفع أصل هذا النوع ، لم يكن لليونان قبله كتاب جامع فى هذا الشأن ....» ، ويقول عنه ابن خلدون فى مقدمته (دار الكتاب العربى ـ بيروت ، الطبعة الخامسة ، الصفحتان ٤٨٥ ، ٤٨٦) : «... والكتاب المترجم لليونانيين فى هذه الصنعة «كتاب أوقليدس» ، ويسمى «كتاب الأصول» أو «كتاب الأركان» ...» . (المعرِّب)

الست الأولى من كتاب إقليدس ، كذا كتاب « المجسطى »[٤] + °، الذى وضعه كلوديوس بطليموس السكندرى ، وهو أكثر أعمال الإغريق القديمة امتيازًا فى الفلك[٥] .

ويشير ابن خلدون فى كتاباته إلى منطقية وتوجُّب استيعاب الهندسة عند علماء الرياضيات المسلمين فيقول°° .

« .... واعلم أنَّ الهندسة تفيد صاحبها إضاءةً فى عقله ، واستقامة فى فكره ، لأنَّ براهينها كلَّها بيِّنةُ الانتظام جليَّةُ الترتيب ، لا يكاد الغلطُ يدخل أقيستها لترتيبها وانتظامها ، فيبعدُ الفكر بممارستها عن الخطأ ، وينشأ لصاحبها عقل على ذلك المهيع ، وقد زعموا أنه كان مكتوبًا على باب أفلاطون : من لم يكن مهندساً فلا يدخُلَنَّ منزلنا »[٦] .

إنَّ جهد المسلمين فى تطبيق الهندسة لحل المعادلات الجبرية يوحى بأنهم كانوا أول من أرسى العلاقة الوثيقة بين الجبر والهندسة ، وكان هذا إسهامًا رائدًا للتطوير اللاحق فى الهندسة التحليلية[٧] ، وقد ساعد المسلمون على تقدُّم الفكر الرياضى فى العصور المظلمة ، وقد أعطوا لأوروبا المعلومات الأولى عن كتاب الأصول[٨] لإقليدس خلال القرنين التاسع والعاشر الميلاديين .

+ كلمة « Almagest » هى الصورة اللاتينية للتسمية العربية « المجسطى » .

° **تعليق** : عن اشتقاق لفظ المِجسطى ، يقول حاجى خليفة فى كتابه «كشف الظنون عن أسامى الكتب والفنون » (طبعة ليبسك ج ٥ ، ص ٣٨٥ ، وطبعة القسطنطينية ج ٢ ، ص ٣٨٠) : « المِجِسطى بكسر الميم والجيم وتخفيف الياء كلمة يونانية معناها الترتيب ، أصله ماجستوس لفظ يونانى مذكر معناه البناء الأكبر ، ومؤنثه ماجستى » ، ويقول حاجى خليفة فى موضع آخر (طبعة ليبسك ج ٥ ، ص ٣٨٨ ، وطبعة القسطنطينية ج ٢ ، ص ٣٨١) : « وأمَّا المجسطى فمعناه الأعظم فى لغتهم ... » ، أى ان لفظ المجسطى هو تسمية معرَّبة للكلمة الإغريقية (megiste) أى العظمى . (المعرِّب)

°° **تعليق** : رجعنا فى هذا الصدد إلى مقدمة ابن خلدون (الطبعة الخامسة لدار الكتاب العربى بيروت ، ص ٤٨٦) . (المعرِّب)

تعريف الهندسة

الهندسة علم[٩] لا يؤدى إلى دراسة خواص الفراغ[١٠] فحسب ، وإنّما يتناول كذلك قياس المقادير[١١] ، حيث يهدف إلى قياس الاتساع الذى يتخذ الطول والعرض والارتفاع كمقاساته الثلاثة[١٢] ، وكلمة Geometry تأتى أصلا من لفظين إغريقيين هما لفظ Geo بمعنى أرض ، ولفظ metre بمعنى قياس ، ومن ثمَّ كانت الكلمة تعنى ما نقصده بكلمة مساحة (surveying)[١٣] المشتقة من الكلمة الفرنسية القديمة التى تعنى « قياس الأرض »[١٤] .

وقد استخدم المسلمون تفسيرًا شعبيًّا لأصل كلمة أوقليدس ، حيث قالوا إن هذه الكلمة تتكون من شقّين هما أوقلى (Ucli) بمعنى مفتاح وديس (Dis) بمعنى مقياس أو قياس ، فتكون الكلمة بمعنى « مفتاح الهندسة »[١٥] ، ومن هنا ظلَّ اسم إقليدس مرادفًا لكلمة هندسة[١٦] .

يقول وليم داڤيد ريف :

« جاءت الهندسة للتعبير عن ذلك الجانب من الرياضيّات الذى يعرض للنقط والخطوط والأسطح والأجسام ، أو لبعض تكوينات من هذه المقادير الهندسية »[١٧] .

أصل الهندسة

إنَّ الاعتبارات الهندسية الأولى للإنسان جدُّ قديمة ، ويبدو أنَّ أصولها ترجع إلى ملاحظات بسيطة بدأت من مقدرة الإنسان على التعرُّف على الأشكال الفيزيائية بمقارنة الهيئات والأحجام[١٨] ، ولقد كان هناك العديد من الظروف فى حياة الإنسان البدائى التى حدت به إلى قدر معيّن من الإحساس غير الواعى باكتشاف الهندسة ، حيث كانت المسافة واحدة من أول المفاهيم الهندسية التى اكتشفها ، كذلك فإن تقدير الزمن اللازم للقيام برحلة قد أدّى إلى الاعتقاد بأنَّ الخط المستقيم يُشكلُ أقصر طريق بين موضع وآخر ، حتى إنَّ الحيوانات تبدو وكأنها تعرف ذلك بالغريزة . إنَّ الحاجة إلى قياس الأرض قد أوصلت الإنسان إلى فكرة الأشكال الهندسية البسيطة كالمستطيلات والمربعات والمثلثات ، فعند التصدّى

لقطعة من الأرض كان يُبدأ بتحديد الأركان أولا ، ثم يجرى توصيلها بخطوط مستقيمة ، وقد تكون المفاهيم الهندسية البسيطة الأخرى كالخطوط الرأسية والمتوازية والعمودية قد تأصلت من الإنشاءات العملية للجدران والمساكن[١٩] .

وطبقًا لما رواه المؤرخ الإغريقى هيرودوت (Herodotus) حوالى عام ٤٥٠ قبل الميلاد[٢٠] ، فإن الهندسة قد نشأت فى مصر حيث إن قياس الأرض وتعيين الحدود كان لازمًا مع الغمر المتكرر للأرض بواسطة نهر النيل[٢١] ، وهناك مخطوطة مصرية قديمة تُعرف ببرديَّة ريند (Papyrus Rhind) محفوظة الآن بالمتحف البريطانى بلندن كان قد كتبها أحميس ، وهو كاتب يرجع تاريخه إلى حوالى ٢٠٠٠ قبل الميلاد ، تحتوى هذه المخطوطة المصرية القديمة على قواعد وصيغ لإيجاد مساحات الحقول وسعات مخازن الحنطة[٢٢] . وفى فترة نشوء الهندسة فى حوالى ١٣٥٠ ق.م. ، كانت الهندسة تستعمل على نطاق واسع كوسيلة لقياس الأشكال المستوية ، وتعيين حجوم الأجسام البسيطة[٢٣] ، وقد برع الرياضيون المصريون فى مجال الهندسة وكانوا أنداداً للبابليين[٢٤] ، وقد بدأت الهندسة فى اتخاذ شكل علم استنتاجى عند تاليس المنتمى إلى ميليتاس (Thales of Miletas) فى حوالى عام ٦٠٠ ق.م.[٢٥] ، الذى قام كذلك بإدخال الهندسة المصرية إلى أرض الإغريق[٢٦] .

الحسن بن الهيثم

اعتبر كل من أرسطو وابن خلدون علمَ الضوء على أنه فرع من الهندسة ، وكان من المؤكد عدم إمكان إحراز أى تقدم فى مجال علم الضوء فى العصور الوسطى دون الإلمام «بأصول إقليدس» و «القطاعات المخروطية لأبولونيوس»[٢٧] ، ويفسر علم الضوء أسباب الأخطاء التى تحدث فى الإدراك البصرى الذى يتم عن طريق مخروط من الأشعة يقع رأسه عند نقطة الإبصار وترتكز قاعدته عند الجسم المرئى ، فتبدو الأجسام أعظم قدرًا إن كانت قريبة من المُبصر ، وأقلَّ كبرًا إن كانت بعيدة عن نقطة الإبصار ، وفضلا عن ذلك فإنَّ الأجسام تظهر أكبر من حقيقتها إن كانت تحت الماء أو إن هى توارت خلف الأجسام الشفافة[٢٨] ، ويحاول علم الضوء (البصريات) أن يجد تفسيرًا لهذه الظواهر العلمية بوسائل هندسية ، كذلك يقدم هذا العلم تفسيرًا للاختلافات التى

تظهر فى المنظر المجسَّم للقمر عند ارتفاعاته المختلفة ، وتنبنى معارفنا عن أطوار القمر وعن حدوث الخسوف على هذه الحدْسيَّات (٢٩) .

ولقد أعطى الحسن بن الهيثم * فى النصف الأول من القرن الحادى عشر للميلاد حافزًا عظيمًا لأبحاث علم الضوء (٣٠) ، وكان هذا الرياضى المسلم أول عالم يدحض النظريات الضوئية الموروثة عن إقليدس وبطليموس التى كانت تزعم أنَّ العين تستقبل صور المرئيات المختلفة بإرسال أشعة بصرية إلى مواضع معيّنة ، وقد أثبت ابن الهيثم فى كتابه «المناظر» أن عملية الإبصار تجرى على عكس ذلك تمامًا ، وبذلك فقد أرسى ابن الهيثم قواعد علم الضوء الحديث ، وكان قوله إن الشعاع لا يخرج من العين ليلقى الجسم فتحدث الرؤية ، وإنَّما يصل شكل الجسم الجارى استيعابه إلى العين ويُنقل إلى العدسة (٣١) .

كثر استخدام الحسن بن الهيثم للهندسة فى بحوثه الضوئية ، وقد احتوى كتابه واحدًا من أوائل الأبحاث العلمية عن الانكسار الجوى وفيه حلٌّ هندسى لمسألة إيجاد بؤرة (محرق) مرآة مقعَّرة حيث يطلب للشعاع الصادر من نقطة معيَّنة أن ينعكس إلى نقطة معيَّنة أخرى (٣٢) ، كذلك فقد اكتشف ابن الهيثم بعض نظريات هندسية مبتكرة كنظرية المحور الأساسى (٣٣) .

عُرفت أعمال الحسن بن الهيثم في أوروبا خلال القرنين الثانى عشر والثالث عشر للميلاد ، وقد أشار يوسف بن أقنين إلى أعمال ابن الهيثم فى الضوء على أنها تتفوق كثيرًا على أعمال إقليدس وبطليموس (٣٤) ، وقد اطلع علماء الرياضيات الأوربيون على أبحاث ابن الهيثم فى الضوء فى ذات الوقت ، وذلك عن طريق جون بكهام (John Peckham) أسقف كنتربرى عام ١٢٧٩ م ، كذا عن طريق عالم الفيزياء البولونى (البولندى) فيتلو (Witelo) (٣٥) .

---

* **تعليق** : عُرف الحسن بن الهيثم فى الغرب باسمه المحرَّف «**Alhazen**» ، والتبس اسمه لفترة طويلة باسم الخازن (أبى الفتح عبد الرحمن المنصور الخازنى الذى عاش فى أواخر القرن الحادى عشر وأوائل القرن الثانى عشر للميلاد) وخُلط بينهما ، وقد يكون أحد أسباب هذا الالتباس تشابه اسميهما فى المصادر الغربية : نقصد **Alhazen** بالنسبة للحسن و **Alkhazin** بالنسبة للخازن . (المعرِّب)

أرسى الحسن بن الهيثم القاعدة الأساسية لما أدى بعد ذلك إلى اكتشاف العدسات المكبرة فى إيطاليا ، وقد بدأ معظم كُتّاب علم الضوء فى العصر الوسيط بما فيهم روجر بيكون (Roger Bacon) مصنّفاتهم بالرجوع إلى النتائج التى توصّل إليها ابن الهيثم ، وقد لجأوا فى الواقع إلى كتاب : "Opticae Thesaurus" (أي الذخيرة في علم الضوء) وهو الترجمة اللاتينية لكتاب المناظر لابن الهيثم . وكان هذا الكتاب بالغ الأهمية لليوناردو دافينشى وليوهان كِپْلَر[٣٦] ، وكان ذا فائدة عظمى لهذا العالم الأخير فى القرن السابع عشر للميلاد[٣٧] . إنّ كتابات الحسن بن الهيثم «تقوم على معرفة أساسية سليمة فى الرياضيّات ، تلك المعرفة التى مكّنت له من أن يقترح ... نظريات ثورية عن موضوعات هامة مثل الهالة وقوس قزح والكسوف والخسوف والظلال ، كذا المرايا الكريّة والمرايا المشكّلة على هيئة قطع مكافئ»[٣٨] .

وقبيل وفاته فى القاهرة قام الحسن بن الهيثم بإصدار مجموع مسائل على غرار «معطيات» إقليدس[٣٩] ، ومن المعروف أنه كتب حوالى مائتى مصنّف فى الرياضيات والفيزياء والفلك والطب ، كما أن له تعليقات على أرسطو وعلى الطبيب الرومانى * جالينوس . وبالرغم من أن ابن الهيثم قد قدّم إسهامات جليلة فى الرياضيات فقد اشتهر على وجه الخصوص بإسهاماته الممتازة فى علم الفيزياء ، ولا غرو فقد كان باحثًا مدققًا نبغ فى الجانبين التجريبى والنظرى[٤٠] .

ويسوق هوارد إيفز الملاحظة التالية :

«حفظ اسم الهيثم ... (٩٦٥ ـ ١٠٣٩ م) فى الرياضيات فيما يُعرف بمسألة ابن الهيثم : من نقطتين معلومتين فى مستوى دائرة معلومة يُطلب مدُّ خطين يتقاطعان على الدائرة ليكوّنا زاويتين متساويتين معها (أى مع الدائرة) عند هذه

---

* **تعليق** : صحّته أنه طبيب إغريقى عاش فى الفترة من حوالى عام ١٣٠ إلى عام ٢٠٠ بعد الميلاد ، وُلد فى برجاموم عاصمة ميسيا بآسيا الصغرى ، وبعد طوافه باليونان وصقلية وفينيقيا وفلسطين وكريت وقبرص استقر به المقام فى روما عام ١٦٤ م ، ويحتمل أن يكون قد توفى فى صقلية عام ٢٠٠ م . (المعرِّب)

النقطة . وتؤدى هذه المسألة إلى معادلة من الدرجة الرابعة تم حلها على الطريقة الإغريقية بتقاطع قطع زائد مع دائرة . ولد الحسن بن الهيثم فى البصرة بجنوب العراق ، وربما كان أعظم علماء المسلمين فى الفيزياء ، وقد ظهرت المسألة المشار إليها آنفاً فى أبحاثه الضوئية ، وكان لكتابه أبلغ الأثر فيما بعد على أوروبا[٤١] » .

ونقدم فيما يلى قائمة جزئية لأعمال ابن الهيثم فى الهندسة كما جاءت بمؤلّف سير توماس هيث : « الكتب الثلاثة عشر لأصول إقليدس » ـ المجلد الأول[٤٢] ° :

١ ـ « كتاب شرح أصول إقليدس فى الهندسة والعدد وتلخيصه » .
٢ ـ « كتاب فى تحليل المسائل الهندسية » (مستخرج من مؤلفات إقليدس وأبولونيوس) .
٣ ـ « كتاب فى التحليل والتركيب الهندسى على جهة التمثيل للمتعلمين » .
٤ ـ « كتاب فى المساحة على جهة الأصول » .
٥ ـ كتاب فى حل معضلات المقالة الأولى .
٦ ـ كتاب حل الشكّ حول إقليدس بالنسبة للمقالة الخامسة .
٧ ـ « مقالة فى مسألة عددية مجسمّة » .
٨ ـ كتاب حل الشكّ حول إقليدس بالنسبة للمقالة الثانية عشرة .
٩ ـ « كتاب فى قسمة المقدارين المختلفين المذكورين فى الشكل الأول فى المقالة العاشرة من كتاب إقليدس » (نظرية الاستنفاذ أو إفناء الفرق) .
١٠ ـ تعليق على التعاريف الواردة فى كتاب إقليدس .

وقد حاول الحسن بن الهيثم البرهنة على المصادرة الخامسة لإقليدس ، وصارت المحاولة الإغريقية للبرهنة على هذه المصادرة « المسألة الرابعة الشهيرة فى الهندسة » ، وقد واصل كثيرون من رياضيي المسلمين هذه الجهود . بدأ ابن الهيثم برهانه بشكل رباعى ذى ثلاث زوايا قائمة (ويُعرف أحيانا برباعى لامبرت اعترافا بجهود لامبرت

° **تعليق** : حاولنا فى هذه القائمة التوصُّل إلى العناوين الأصلية لمؤلفات الحسن بن الهيثم (وهى المبيَّنة بين القوسين « .... ») ، وذلك بالاستعانة بكتاب إخبار العلماء بأخبار الحكماء ، لابن القفطى ، وكتاب « عيون الأنباء فى طبقات الأطباء » لابن أبى أصيبعة . (المعرِّب)

Lambert في القرن الثامن عشر) ، وظن ابن الهيثم أنه قد أثبت أن الزاوية الرابعة يجب أن تكون دوما زاوية قائمة ، ومن هذه النظرية عن الشكل الرباعى تأتى المصادرة الخامسة ، وبنى ابن الهيثم برهانه على فرض أن المحل الهندسى لنقطة يبقى على بعد متساو من خط معطى لابد وأن يكون خطاً موازياً للخط المعطى ، وهو افتراض ثبت فى عصرنا الحالى أنه مكافئ لمصادرة إقليدس[٤٣] .

ويقول حكيم محمد سعيد رئيس مؤسسة همدرد الوطنية بكراتشى :
« فى هذه السنة الجليلة التى وضع فيها الإنسان قدمه على القمر لأول مرة ويأمل فى الوصول إلى غيره من الكواكب ، يتعيَّن علينا أن نحيِّى بالذكرى والعرفان الدَّيْن العظيم الذى تدين به الرياضيّات الحديثة والتكنولوجيا للعلم الدؤوب المتقن للروّاد الأوائل . نحن نحتفل فى عامنا هذا بألفية واحد من أعظم هؤلاء الروّاد ، ألا وهو أبو على بن الحسن بن الهيثم ... لقد كان ابن الهيثم رجلاً متعدد الجوانب ، كان رياضيًّا وفلكيًّا ومشتغلاً بالفيزياء وبالطب ، كان له ـ وهو يحيا ظروف القرن العاشر للميلاد ـ عقل ينتمى إلى القرن العشرين ، وكانت إسهاماته فى المعرفة تفوق المألوف تمامًا »[٤٤] .

ثابت بن قرّة

ثابت بن قرّة (٨٣٦ ـ ٩١١ م) عالم من حرّان بأرض ما بين النهرين ، كان يُعدُّ أعظم علماء العرب فى الهندسة[٤٥] ، وقد واصل عمل الخوارزمى ، ونقل إلى العربية سبعة من الكتب الثمانية لأبولونيوس[٤٦] فى القطاعات المخروطية ، كما أنّه ترجم كذلك بعض أعمال إقليدس وأرشميدس وبطليموس ، تلك الترجمات التى أصبحت فيما بعد مراجع معتمدة[٤٧] .

إنَّ العمل الأصلى لأرشميدس فى المسبَّع المنتظم كان قد فقد فى حين أنَّ ترجمته العربية على يد ثابت بن قرّة تثبت أنَّ النسخة الإغريقية كانت لا تزال موجودة وقت الترجمة ، وقد وجد كارل شوى (Carl Schoy) المخطوطة العربية فى القاهرة وكشف النقاب عنها للعالم الغربى ، وتمت ترجمتها إلى اللغة الألمانية فى عام ١٩٢٩ م[٤٨] .

كتب ثابت بن قرة كتبًا كثيرة فى الهندسة ، وتضم قائمة جزئية لأعماله ما يلي* :

«كتاب المفروضات» .

«كتاب فى أشكال إقليدس» .

«كتاب فى أن الخطّين المستقيمين إذا خرجا على أقل من زاويتين قائمتين التقيا فى جهة خروجها» (برهان مصادرة إقليدس الشهيرة) .

كذلك يُنسب لابن قرة كتاب مدخل إلى كتاب إقليدس ، وهو مصنَّف فى الهندسة[٤٩] .

كان كتاب الأصول لإقليدس نقطة البداية لجميع الدراسات التى قام بها المسلمون فى الهندسة[٥٠] ، وقد توصّل ثابت بن قرةّ إلى فروض جديدة ، كما أنّه درس الأعداد غير المنطقة ، وقدَّر بُعد الشمس عن الأرض ، وحسب طول السنة الشمسية[٥١] . كذلك قام ثابت بن قرَّة بحل حالة خاصّة لمعادلة من الدرجة الثالثة بطريقة هندسية ، وهى الحالة التى أولاها ابن الهيثم عناية خاصة عام ١٠٠٠ م ، وكان الحل يخصّ معادلات الدرجة الثالثة من النوع :

$$س^{٣} + ا^{٢}ب = حـ س^{٢} \quad **$$

وذلك بإيجاد قيمة س لنقطة تقاطع المنحنى $س^{٢} = أص$ (قطع مكافئ) والمنحنى ص (حـ ـ س) = أب (قطع زائد)[٥٢] .

علماء مسلمون آخرون فى الهندسة

الكندى

إن الكندى الذى قدم إسهامات رائعة فى علم الحساب ، قد اشتغل أيضًا بالهندسة ، ويعتبر أهم إسهام له فى المعرفة العلمية كتابه فى الضوء الذى تناول فيه ظاهرة انعكاس الضوء ، كذا رسالته عن التكوين المركزى للكون[٥٣] ، وباستخدام نموذج هندسى تمكّن الكندى من تقديم البرهان على ما يلى :

---

* تعليق : استعنّا بكتاب «تاريخ الآداب العربية» لكارل بروكلمان ، وبكتاب «عيون الأنباء فى طبقات الأطباء» لابن أبى أصيبعة للتوصّل إلى الأسماء الأصلية لمصنفات ثابت بن قرّة . (المعرِّب)

** ضبطها المعرِّب

١ ـ هيئة العالم لابد أن تكون كريَّة .
٢ ـ يتعيَّن أن تكون الأرض كريَّة ، وأن تقع الأرض فى مركز العالم .
٣ ـ لا يمكن أن يكون سطح الماء غير كرىّ[٥٤] .

كتب الكندى أعمالاً كثيرة عن الهندسة الكروية وتطبيقاتها على العالم ، وفيما يلى قائمة جزئية عن كتبه فى الكريات * :

١ ـ كتاب رسالته فى أن العالم وكل ما فيه كرىّ الشكل .
٢ ـ كتاب رسالته فى الإبانة عن أنه ليس شىء من العناصر الأولى والجرم الأقصى غير كرىّ (رسالة فى أن العناصر والجرم الأقصى كرية الشكل) .
٣ ـ كتاب رسالته فى الكريات .
٤ ـ كتاب رسالته فى عمل السمت على الكرة .
٥ ـ كتاب رسالته فى أن سطح ماء البحر كرىّ .
٦ ـ كتاب رسالته فى تسطيح الكرة[٥٥] .
٧ ـ كتاب رسالته فى أن الكرة أعظم الأشكال الجرمية ، والدائرة أعظم من جميع الأشكال البسيطة .
٨ ـ كتاب عن شكل هيكل كرة تمثل المواضع النسبية لمسار الأرض ودوائر الأجرام الأخرى[٥٦] .

الخوارزمى

احتوى جبر الخوارزمى كذلك على بعض أفكار هندسية حسب ما يقوله فلوريان كاجورى ، فإنَّه لم يعط نظرية المثلث قائم الزاوية متساوى الساقين فحسب ، وإنَّما حَسَبَ مساحات المثلث ومتوازى الأضلاع والدائرة ، وقد استعمل للنسبة التقريبية ط(π) المقدار المقرّب $٣\frac{١}{٧}$[٥٧] ، ويتناول أحد فصول كتاب الخوارزمى فى الجبر ويسمى «باب المساحة» قضايا هندسية[٥٨] . ولو أنَّ

---

* **تعليق** : رجعنا إلى «كتاب الفهرست» لابن النديم (طبعة مطبعة الاستقامة بالقاهرة ، صفحة ٣٧٣) ، وكتاب «تاريخ المخطوطات العربية» لفؤاد سزكين ، عام ١٩٧٤ م ، الجزء الخامس ، الصفحات ٢٥٥ ـ ٢٥٩ (باللغة الألمانية) للوقوف على الأسماء الأصلية لكتب ورسائل الكندى .

(المعرِّب)

الخوارزمى كان حقا قد درس رياضيات الإغريق لكان من المؤكد أن تظهر فى دراسته الهندسية آثار محتويات كتاب الأصول لإقليدس أو تسمياته ، بيْد أن هذا لا يوجد له أثر فى كتاباته[٥٩] ، حيث لم تكن أصول إقليدس معروفة لديه بالمرَّة لا فى روحها ولا فى مضمونها[٦٠] .

الحجاج بن يوسف *

الحجاج بن يوسف عالم مسلم اشتغل بالهندسة ، وترجم كتاب الأصول لإقليدس بأمر هارون الرشيد (٧٨٦ ـ ٨٠٩ م) وسُمِّى هذا النقل بالهارونى ، وقد راجع الحجاج ترجمته الأولى للخليفة المأمون (٨١٣ ـ ٨٣٣ م) وسمِّى النقل الثانى لكتاب الأصول لإقليدس بالمأمونى[٦١] .

هذا ولم تشتمل ترجمة الحجاج لأصول إقليدس على المقالة العاشرة التى ترجمها فيما بعد سعيد الدمشقى ** ، وترجم معها شرح بابوس[٦٢] عليها .

تلخيص

أكَّد المسلمون فى مناهجهم على دراسة الهندسة حيث كانت لها تطبيقات عملية فى المساحة وفى الفلك ، كما أنها كانت تساعد على دراسة الجبر والفيزياء ، ويمكن تقسيم علم الهندسة عند المسلمين إلى فرعين فرع إنشائى وفرع حسابى ، ففى الإنشاءات الهندسية كان المسلمون يعبِّرون عن عناصر الأشكال الهندسية بدلالة بعضها البعض ، أى بالطرق الإغريقية فى الهندسة ، وكان الخوارزمى يمثل هذا المنحى حيث كان يحصل على الحلول دون استعمال للطرق الحسابية أو الجبرية ، إلاَّ أن المنحى العددى كان السِّمة الغالبة فى الهندسة عند المسلمين .

---

* تعليق : هو الحجاج بن يوسف بن مطر الحاسب الورّاق ، كان موجودًا عام ٨٣٥ م ، وتنسب إليه ترجمة كتاب المجسطى لبطليموس إلى جانب ترجمته لأصول إقليدس . (المعرِّب)

** تعليق : هو أبو عثمان سعيد بن يعقوب الدمشقى ، توفى فى بداية القرن العاشر للميلاد . (المعرِّب)

يقول سوتر (Suter) :

«إنّه عند تطبيق الحساب والجبر فى الهندسة ، وبالعكس عند حلّ المسائل الجبرية بالوسائل الهندسية ، أثبت المسلمون تفوقًا على الإغريق وعلى الهنود» (٦٣) .

كانت دراسات الحسن بن الهيثم فى الضوء العمل البارز فى مجال الهندسة التطبيقية عند المسلمين ، وقد تحدّى ابن الهيثم مذهبى إقليدس وبطليموس ، وبينما كان ابن الهيثم يجيد استعمال الهندسة بأقصى فاعلية ، فإنّه أسهم كذلك فى تطوير هذا العلم ببحوثه فى موضوع المحور الأساسى ، وكانت ترجمة ثابت بن قرّة لعمل أرشميدس فى المسبّع المنتظم هى التى أنقذت مخطوطته من الضياع إلى الأبد ، كما أنّ ابن قرّة قد أسهم كذلك بعدد من الأعمال الأصيلة المبنيّة على أعمال إقليدس ، وتوصّل إلى تعميم نظرية فيثاغورس .

وختامًا فإنّه عندما لاحت بوادر اليقظة الرياضية في أوروبا في القرن الثالث عشر كانت الأعمال التقليدية للإغريق متاحة للترجمة ، ولمّا تمّ اتصال القساوسة المسيحيين بجامعات المسلمين فى إسبانيا بادئين طريق النهضة نُقلت أصول إقليدس مرة أخرى ، بيْد أنها نُقلت هذه المرة من العربية إلى اللاتينية .

1. Marc Berge, *Risala Abi Hayyan Fi l-'Ulum: D' Abu Hayyan al-Tawhidi* (Paris, Extrait du Bulletin d'Etudes Orientales de L'Institut Francais De Damas Tome, XVIII, 1963-4), p.289. – ١

2. George Sarton, *Ancient Science and Modern Civilization* (Loncoln, Nebraska, University of Nebraska, 1954), p.8. – ٢

3. University Library, Cambridge, England, Arabic MSS, 1075,. fol. (00.6.55). – ٣

4. Sir Thomas Arnold and Alfred Guillaume, *Legacy of Islam* (London, Oxford University Press, 1949), p.380. – ٤

5. Howard Eves, *An Introduction to the History of Mathematics* (New York, Holt, Rinehart and Winston, 1969), p.90. – ٥

6. Abd-ar-Rahman ibn Muhammad ibn Khaldun al-Hadrami, *The Muguaddemah's ibn Khaldun* (New York, Bollingen Foundation, 1958), pp.130-1. – ٦

7. Shibli, *Recent Developments in the Teaching of Geometry* (York, Pennsylvania, The Maple Press Company, 1932), p.16. – ٧

8. William David Reeve, *Mathematics for the Secondary School* (New York, Henry Holt and Company, 1954), p.373. – ٨

9. Olinthus Gregory, *Mathematics for Practical Men* (Philadelphia, T. K. and P.G. Collins, 1838), p.104. – ٩

10. James McMahon, *Elementary Plane Geometry* (New York, American Book Company, 1903), p.1. – ١٠

11. Edward Rutledge Robbins, *Plane Geometry* (New York, American Book Company, 1906), p.11. – ١١

12. Charles S. Venable, *Elements of Geometry* (New York, University Publishing Company, 1875), p.19. – ١٢

13. H. A. Freebury, *A History of Mathematics: For Secondary Schools* (London, Cassell and Company, 1958), p.32. – ١٣

14. Hayward R. Alker, Jr., *Mathematics and Politics* (New York, The Macmillan Company, 1968), pp.1-2. – ١٤

15. Sir Thomas Heath, *A History of Greek Mathematics* (London, Oxford University Press, 1921), Vol.I,p.355. – ١٥

16. George Sarton, *Introduction to the History of Science* (Baltimore, The Williams and Wilkins Company, 1953), Vol.II,Part I,p.9. – ١٦

17. William David Reeve, 'The Teaching of Geometry, '*The National* – ١٧

Council of Teachers of Mathematics, Fifth Yearbook (New York, Teachers College, Columbia University, 1930), p.1.

18. Howard Eves, *A Survey of Geometry* (Boston, Allyn and Bacon, 1963), – ١٨
Vol.I,p.1.

١٩ – م.أ. كريج : «الهندسة التحليلية» ، مطبعة المعارف ومكتبتها بمصر ، القاهرة عام ١٩٢٨ م ،
المجلد الأول ، صفحتا ٥ ، ٦ .

19. M.A. Craig, *Al-Handasah Attahliliyah* (Cairo, Mutba'att Al-Ma'arif wa Maktabatiha bi Masr, 1928), Vol.I,pp.5-6.

20. David Eugene Smith, *History of Mathematics* (New York, Dover – ٢٠
Publications, 1958), Vol.I,p.81.

21. D. M. Y. Somerville, *The Elements of Non-Euclidean Geometry* (New – ٢١
York, Dover Publications, 1958), p.1.

22. James B. Dodd, *Arithmetic* (New York, Pratt, Oakley and Company, – ٢٢
1857), p.1.

23. A. Wilson Goodwing and Glen D. Vannatta, *Geometry* (Columbus, – ٢٣
Ohio, Charles E. Merreill Books, 1961),p.1.

24. Solomon Gandz, 'A Few Notes on Egyptian and Babylonian – ٢٤
Mathematics,' *Studies and Essays in the History of Science and Learning* (Offered in Homage to George Sarton on the occasion of his sixtieth birthday) (New York, Henry Schumann, 1944), p.460.

25. 'The Role of Mathematics in Civilization,' *The Place of Mathematics* – ٢٥
in Secondary Education, Fifteenth Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (New York, Bureau of Publications of Teachers College, Columbia University, 1940),p.3.

26. Benjamin Farrington, *Science in Antiquity* (London, Oxford – ٢٦
University Press, 1947), p.53.

27. A. C. Crombie, *Augustine to Galileo: The History of Science* 400-1650 – ٢٧
(London, The Falcon Press, 1952),p.72.

28. Abd-ar-Rahman Ibn Muhammad Ibn Khaldun Al-Hadrami, *The Muquaddemah's Ibn Khaldun* (New York, Bollingen Foundation, 1958), Vol.III,p.132.

29. Johannes Baamann, *Ibn al-Haitham's Abhandlung uber das Licht* – ٢٩
(Leipzig, Halle Als, 1882),p.37.

30. George Sarton, *Introduction to the History of Science* (Baltimore, The – ٣٠
Williams and Wilkins Company, 1931), Vol. II, Part II, p.761.

31. Sir Thomas Heath, *A History of Greek Mathematics* (London, Oxford – ٣١
University Press, 1921), Vol. II, pp.293-5.

٣٢ - 32. W. W. Rouse Ball, *A Short Account of the History of Mathematics* (New York, Dover Publications, 1960), pp.161-2.

٣٣ - مصطفى نظيف بك : «الحسن بن الهيثم : بحوثه وكشوفه» ، مطبعة الاعتماد بمصر ، القاهرة عام ١٩٤٢ م ، الجزء الأول ، صفحة ٩ .

33. Mustafa Nazif Bik, *Al-Hasan ibn al-Haitham* (Buhuthuh wa-Kushufuh) (Cairo, Mutba'ah al-'timad bi-Masr, 1942), Vol.I,p.9.

٣٤ - 34. Sarton, *Introduction to the History of Science*, op. cit., Vol. II, Part II, p.761.

٣٥ - 35. Rene Taton, *History of Science* (New York, Basic Books, 1963), Vol.I, p.482.

٣٦ - هيث فى كتابه المشار إليه عاليه .

36. Heath, op. cit.

٣٧ - 37. H. L. Kelly, 'History of Astronomy,' in Martin Davidson (ed.), *Astronomy for Every Man* (London, J. M. Dent and Sons, 1953), pp.412-3.

٣٨ - 38. Rom Landau, *Islam and the Arabs* (New York, The Macmillan Company, 1959), p.185.

٣٩ - بول فى كتابه المشار إليه عاليه ، صفحة ١٦١ .

39. Ball, op. cit., p. 161.

٤٠ - 40. Seyyed Hossein Nasr, *Science and Civilization in Islam* (Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1968), p.50.

٤١ - 41. Howard Eves, *An Introduction to the History of mathematics* (New York, Holt, Rinehart and Winston, 1969), p.194.

٤٢ - 42. Sir Thomas L. Heath, *The Thirteen Books of Euclid's Elements* (New York, Dover Publications, 1956), Vol. I,pp.88-9.

٤٣ - كمال الدين أبو الحسن الفارسي : «كتاب تنقيح المناظر» حيدر آباد الدكن بالهند ، بمطبعة مجلس دائرة المعارف العثمانية ، عام ١٩٢٨ م ، الجزء الثانى ، الصفحات ٣١٠ - ٣٢٠ .

43. Kamal-Addin Abu al-Hasan al-Farisi, *Kitab Tanqih al-Manazir* (Hyderabad, India, Bi Mutba 'att Majlis da' irat al-Ma'arif al-'Uthmaniyah, 1928), Vol. II,pp.310-20.

٤٤ - 44. Hakim Mohammed Said, 'Ibn al-Haitham Was a Bridge Between Ancient and Modern Sciences, '*Ibn al-Haitham* (Karachi, Pakistan, The Hamdard Academy Press, 1969), p.29.

45. Carl Fink, *A Brief History of Mathematics* (Chicago, The Open Court Publishing Company, 1900), p.320. ٤٥ -

٤٦ - أرنولد وجوليوم فى كتابهما المشار إليه عاليه ، صفحة ٣٨٧ .

46. Arnold and Guillaume, op.cit., p.387.

47. Francis J. Carmody, *The Astronomical Works of B. Kurra* (Berkeley, California, University of California Press, 1960), p.15. ٤٧ -

48. Robert W. Marks, *The Growth of Mathematics from Counting to Calculus* (New York, Bantam Books, 1964), p.120. ٤٨ -

49. Indian Office Library, London, England, Arabic MSS, 744,fol. 1^b-2^a. ٤٩ -

50. Florian Cajori, *A History of Elementary Mathematics* (New York, The Macmillan Company, 1917), pp.126-7. ٥٠ -

51. Sydney N. Fisher, *The Middle East* (New York, Alfred A. Knopf, 1969), pp.116-7. ٥١ -

52. David Eugene Smith, *History of Mathematics* (Boston, Ginn and Company, 1925), Vol. II,pp.455-6. ٥٢ -

53. Charles Singer, *A Short History of Scientific Ideas to* 1900 (Glasgow, Clarendon Press, 1960), pp.151-2. ٥٣ -

54. Aydin Sayilik, 'Thabit Ibn Kurra's Generalization of the Pythagorean Theorem, *Isis*, LI (March 1960), Part I, No. 163, pp.35-6. ٥٤ -

55. George N. Atiyeh, *Al-Kindi: The Philosopher of the Arabs* (Karachi, Al-Karimi Press, 1966), pp.166-8. ٥٥ -

56. Sorbonne University, Paris, France, Arabic MSS, 2544 i bl. Gal. SI.374. ٥٦ -

57. Florian Cajori, *A History of Mathematics* (New York, The Macmillan Company, 1919), p.104. ٥٧ -

58. Indian Office Library, London, England, Arabic MSS, 750,fol.41^b-42^a. ٥٨ -

59. Solomon Gandz, 'The Sources of Al-Khwarizmi's Algebra,' George Sarton (ed.), *Osiris*, I (1936),264. ٥٩ -

60. Solomon Gandz, *The Geometry of Muhammed ibn Musa al-Khwarizmi* (Berlin, Verlag von Julius Springer, 1932),p.64. ٦٠ -

61. George Sarton, *A History of Science* (Cambridge, Harvard University Press, 1959), Vol.II,p.48. ٦١ -

62. De Lacy Evans O'Leary, *How Greek Science Passed to the Arabs* (London, Routledge and Kegan Paul, 1951), p.158. ٦٢ -

63. Taton, op. cit., p.408. ٦٣ تاتون فى كتابه المشار إليه عاليه ، صفحة ٤٠٨ .

الفصل السابع

الخلاصـــة

يهدف هذا الكتاب إلى تقديم تاريخ مقتضب لمساهمة علماء المسلمين فى الرياضيات ، وقد ركزت الدراسة على العصر الذهبى للعلوم والمعارف عند المسلمين ، أى فى الفترة من حوالى عام ٧٠٠ م إلى عام ١٣٠٠ م ، فنى هذه الفترة اتّسم المسلمون بروح الكشف وطلب العلم ، وهى الصفة التى ميَّزت هذه الحقبة من الزمن « بعصر النهضة عند المسلمين » ومهَّدت الطريق لنهضة العلم فى أوروبا بدءاً من حوالى عام ١٤٠٠ للميلاد .

وقد قدَّمتُ عرضًا جامعًا لتاريخ وديانة وسياسة ذلك العصر مع توجيه عناية خاصة لتقديم أبرز علماء الرياضيّات المسلمين وإسهاماتهم الأساسية ، ولكى أتمكّن من تقديم عرض متّسق للإسهامات الرياضية فقد أوليتُ عنايتى مجالات الحساب والجبر وحساب المثلثات والهندسة ، وقد خصصت بعض جهدى لمناقشة الرياضيات التطبيقية عند المسلمين لاسيما فى مجالى الفيزياء والفلك . هذا ولم تمتد الدراسة لتشمل منجزات المسلمين فى الطب وفى التكنولوجيا (التقنية) .

وكان شغلى الشاغل هو بيان تلك الإسهامات الأساسية فى الرياضيات التى تشهد بها فى الوقت الحاضر ثقافات الشرق والغرب ، وكان اختيار الأمثلة المناسبة لتوضيح الأفكار الرياضية التى طوّرها علماء المسلمين فى ذلك العصر يمثل بالنسبة لى مشكلة أخرى ، بيْدَ أن بيت القصيد يدور حول فكرتين هما :

١ ـ أنَّ المسلمين حفظوا العلوم والمعارف التى كانت مُتاحةً على زمانهم وأنهم زادوا فيها وأضافوا إليها .

٢ ـ وأنَّ الحضارة المعاصرة كما نعرفها اليوم لم تكن لتقوم لها قائمة لولا العصر الذهبى للحضارة الإسلامية .

عرض لإسهام المسلمين فى الرياضيات

إنَّ دراسة العلوم والرياضيات قد بقيت حيَّةً ونشطةً بفضل المسلمين فى فترة كان العالم المسيحى فيها يصارع البربريَّة مستميتًا يائسًا ، فمنذ بداية القرن الثامن وحتى نهاية القرن الثالث عشر للميلاد اكتسب المسلمون علومًا ومعارف من عدَّة مصادر متنوعة ومُتاحة ، وقاموا بنشرها بين بلدان البحر الأبيض المتوسط ، وكان أسلوبهم المحبب فى طلب المعرفة ونشرها سببًا فى اجتذاب كثير من علماء الغرب ذوى المواهب العلمية والرغبة فى الدرس .

ولقد أخذ السعى فى طلب العلم دفعة قويَّة بفضل أحاديث وتعاليم الرسول الكريم محمد عليه أفضل الصلاة والتسليم ، وقد ورد فضل العلم والتعلم فى القرآن الكريم ، وكانت هذه القاعدة الدينية الصلبة القوية هى أساس الاهتمام الشديد بالتعليم والرغبة فى الاستزادة من المعارف بين علماء المسلمين ، وقد جاء الخلفاء من بعد رسول الله يتبعون نهجه فى تشجيع هذا الاتجاه البنَّاء نحو المعرفة ، وذلك بإنشاء مراكز العلم كتلك التى أقيمت فى قرطبة وفى دمشق .

جمع المسلمون معلومات وفيرة من عدَّة مصادر للتراث ، وتعتبر الأنماط الرئيسية للفكر الرياضى نابعةً من مصدر هلينستى ، بينما يُرجع الفلك وبعض مجالات الرياضيات إلى مصادر بابلية ، وقد استمد الإغريق علم الفلك من التراثين البابلى والمصرى ، ولما كان البابليون قد نزحوا من جزيرة العرب إلى أرض مابين النهرين ، فإنَّ علم الفلك الذي استعاده المسلمون لأوروبا كان فى الواقع إنجازًا لأبناء عمومتهم ، إنجازًا استعاره الإغريق عدة قرون من قبل ، إلاَّ أنَّ المسلمين لم يكتفوا بجمع المعارف من الإغريق ومن المصادر الشرقية فحسب ، وإنما أضافوا إليها الكثير من الإسهامات الأصيلة المبتكرة . ويسوق جورج سارطون الملاحظة التالية :

« والعودة إلى عصر النهضة يشكِّل ـ إلى جانب أمور أخرى ـ تمردًا على مفاهيم العصر الوسيط وطرائقه ، وبالطبع فإنّ كلَّ جيل يتمرّد على سابقه ، فكلُّ فترة تاريخية تمثِّل ثورة على الفترة التى تسبقها ، إلاَّ أنه فى هذه الحالة كانت الثورة أعْتى من المألوف وأشدّ ، ولم يعر الانتباه بالقدر الكافى إلى أنَّ النهضة لم تكن ببساطة تمردًا ضد التعلُّم ، وإنَّما كانت موجَّهة كذلك ضد التأثيرات العربية .

وكانت الحركة المضادة للعربية على أشدها فى أيام بترارش (Petrarch) ، فكان التمرد والصراع من أجل الاستقلال من علامات القوة المتزايدة ، وكان التمرُّد ناجحًا وإن لم يكن كاملاً ، حيث لاتزال هناك عناصر عربية فى لغتنا وفى تراثنا . »(١)

ولقد أدَّى علماء المسلمين خدمات عظيمة لتقدُّم الحضارة ليس فقط بكتاباتهم للمصنَّفات فى مجالات الحساب والجبر وحساب المثلثات ، وإنَّما بتطويرهم العلمى الواعى لهذه الموضوعات الرياضية ، وقد حقق علماء الرياضيات المسلمون للأعداد قيمتها فى الحضارة بربط الحساب بالحياة اليومية ، حيث ابتكروا نظام الأعداد العربية الذى حلَّ محل نظام الأعداد الرومانية المعقَّد ، كما أنهم توصلوا إلى عدَّة اكتشافات فى الأعداد « المتحابّة » ، وإلى المسلمين تُعزى طريقة التحقق من صحة العمليات الحسابية بإسقاط التسعات* ، كذلك طريقة استخراج المجهولات

* **تعليق** : هذه إشارة إلى ماسُمِّى عند العرب « بميزان العدد » وعُرف فى الغرب « بالقاعدة الذهبية » (Golden Rule) ، ونسوق هنا على سبيل المثال ماجاء بكتاب « خلاصة الحساب » لبهاء الدين العاملى (رياضيات بهاء الدين العاملى للدكتور جلال شوقى ـ طبعة جامعة حلب عام ١٩٧٦ ، صفحة ٣٦) خاصا بهذه القاعدة :

« واعلم أنَّ ميزان العدد مايبقى منه بعد إسقاطه تسعةً تسعةً ، وامتحان الجمع والتضعيف بجمع ميزانى المجموعين ، وتضعيف ميزان المضعَّف ، وأخذ ميزان المجتمع ، فإن خالف ميزان الحاصل ، فالعمل خطأ » .

يُعرَّف ميزان العدد بأنه مايبقى من العدد بعد إسقاطه تسعةً تسعةً ، بمعنى أننا نجمع الأرقام المكوِّنة للعدد ، ونستبعد منها جميع التسعات الصحيحة ، فما يبقى بعد ذلك فهو ميزان العدد ، مثال ذلك عملية الجمع التالية حيث نبيِّن ميزان كل عدد على حدة (إلى اليسار) ، ثم ميزان المجتمع (ميزان حاصل جمع موازين الأعداد) الذى لابد وأن يساوي ميزان الحاصل (أي ميزان حاصل جمع الأعداد ، وهو مبين إلى اليمين) إن كانت عملية الجمع صحيحة :

			ميزان العدد
العدد الأول	:	٩٣٥٧٢٤	٣
العدد الثانى	:	٦٧٠٣٥٨	٢
العدد الثالث	:	٤٩٦٢٣٧	٤
العدد الرابع	:	٨١٤٧٨٥	٦
ميزان الحاصل = ٦ ← ٢٩١٧١٠٤			٦ = ميزان المجتمع

بحساب الخطأين* ، ولا يزال هذا الأسلوب متبعًا فى السعودية فى وقتنا الحاضر.

قدَّم المسلمون فى فترة ازدهار حضارتهم إسهامات رائعة فى تطوير علم الجبر وفى نظام الأعداد الحالى . كذلك أدخل مسلمو الغرب الرمز إلى الجبر كما تشهد على ذلك أعمال العالم الأندلسى القلصادى فى كتابه «كشف الأسرار (الأستار) عن علم (حروف) الغبار»** ، وكان يُقصد بعلم الغبار عِلم الحساب المكتوب لتمييزه عن الحساب الشفهى الذى تجرى عملياته فى الذهن دون تدوين .

درس المسلمون علم الضوء (البصريات) ، ويبدو أنهم أول من صنع العدسات ، وقد وجد جاليليو هذا الفن الأخير فى غاية النفع والفائدة ، وقد أنشأ المسلمون أجهزة رصدية من الأنواع التى مازالت تستعمل إلى يومنا هذا ، إلاَّ أن المسلمين لم يضيفوا كثيرًا إلى علم الهندسة الذى وضع الإغريق أسسه ، ولكن المسلمين ابتكروا الهندسة التحليلية ، كما أنهم أنشأوا حساب المثلثات المستوى والكروى .

وعلم الجبر هو علم إسلامى ، فبالرغم من أنَّ ديوفنطس Diophantus

---

= وتسرى قاعدة اختبار صحة العمليات الحسابية هذه على جميع العمليات البسيطة من جمع وطرح (تفريق) وضرب وقسمة (حيث يمكن تحويلها إلى صورة عملية الضرب) . (المعرِّب)

* تُعرف هذه الطريقة فى اللاتينية باسم "Regula duorum falsorum" وفى الانجليزية : "double false position" (المعرِّب)

** **تعليق** : هو أبو الحسن على بن محمد بن على القرشى البسطى المعروف بالقلصادى الأندلسى ، عاش فى الفترة من حوالى عام ١٤١٢/١٤٠٠ م حتى عام ١٤٨٦ م ، وله «كتاب كشف الجلباب عن علم الحساب» ، وقد اختصره فى كتاب كشف الأسرار الذى يشير إليه المتن ، وقد أدخل القلصادى الرمز إلى الجذر بحرف «جـ» ، وإلى الشىء (أى إلى المجهول س) بالحرف «ش» ، وإلى المال (أى إلى س^{٢}) بالحرف «مـ» ، وإلى الكعب (أى إلى س^{٣}) بالحرف «ك» ، ومن الواضح أن الرموز هنا مأخوذة من الحرف الأول للكلمات ، كذلك استعمل القلصادى الحرف «ل» ليعبر عن التساوى ، ويبدو أنَّه مأخوذ من كلمة «يعدل» ، ويلاحظ أنَّ علامة الجذر $\sqrt{\ }$ المستعملة فى الغرب اليوم ، والتى جاءت بكتابات ديكارت ، ماهى إلاَّ الجيم العربية التى رمز بها القلصادى للجذر ، ولكنها فى وضع رأسى معكوس . (المعرِّب)

السكندرى ناقش حل معادلات الدرجتين الأولى والثانية إلاَّ أنّه لم يكن له نظام عددى سهل يبنى عليه حلوله ، وقد استخدم المسلمون أفكار ديوفنطس وأفكار الهنود إلى جانب نظامهم الخاص بالأعداد لتطوير الجبر وإدخال اسمه ، وقد بدأوا استخدام الرموز فى الجبر بأخذها من حروف الهجاء عندهم .

وقد اكتشف المسلمون كذلك العلاقة بين الجبر والهندسة مستخدمين طرائق جبرية لحل المسائل الهندسية ، ومن ثمَّ فإنهم قد وضعوا أسس الهندسة التحليلية ، وكان المسلمون أول من استخدم طريق التقريب المتتابع * فى حل المسائل ، وبذلك يكون المسلمون قد أرسوا قاعدة للطرق العدديَّة .

طوَّر علماء المسلمين حساب المثلثات إلى حد كبير ، حيث قاموا بترشيد إسهامات علماء الإسكندرية وعلماء الهند ، وأضافوا إسهامات ضخمة من عندهم فى حساب المثلثات المستوى وحساب المثلثات الكروى ، وتقدَّموا نحو جعل حساب المثلثات علماً مستقلاً عن الفلك ، كما أنهم وضعوا جداول مختلفة تؤدى إلى اكتشاف قانون اللوغاريتمات ، وذلك قبل أن يُنسب فضل اختراعه إلى جون نابيير (John Napier) بستمائة عام ** .

وفى مجال الفلك أدخل المسلمون تحسينات على الأسطرلاب الإغريقى الأصل ، وابتكروا أجهزة دقيقة كثيرة لرصد النجوم وقياس المسافات الزاويّة بين الأجرام السماوية ، وكان من نتائج دراساتهم أن توصَّل المسلمون إلى حقيقة أنَّ

---

* **تعليق** : تجدر الإشارة هنا إلى الحلول العددية التى أوردها أبو الريحان البيرونى فى المقالة الثالثة من كتابه « القانون المسعودى فى الهيئة والنجوم » ، وفى كتابه « استخراج الأوتار فى الدائرة بخواص الخط المنحنى الواقع فيها » .

كذلك نجد مثالا لطريقة التقريب المتتابع (successive approximation) فى كتاب « قواعد العمل وتصحيح الجداول » لميرم جلبى (المتوفى عام ١٥٢٤ م) ، كذا فى مصنفه « رسالة الجيب الجامعة » . (المعرِّب)

** **تعليق** : يُنسب إلى على بن ولى بن حمزة المغربى ـ وهو صاحب كتاب « تحفة الأعداد لذوى الرشد والسداد » وكتاب « تحفة الأعداد فى الحساب » ـ اشتغاله بالمتواليات وتمهيده لاختراع اللوغاريتمات .

(المعرِّب)

الأرض كرة تسبح فى الفضاء ، وقد قاموا بعمل قياسات مساحية جيوديسية غاية فى التعقيد بقصد حساب طول درجة أرضية واحدة واستخدموا النتيجة لتعيين محيط الكرة الأرضية وقطرها .

أنتجت الحضارة الإسلامية عددًا من الرياضيين العظماء ظهروا أساسًا فى القرنين التاسع والعاشر للميلاد ، من أشهرهم ثابت بن قرَّة والبتّانى والبيرونى والكندى والخوارزمى أبو الجبر .

ويقتضى تقدير أهمية إسهام المسلمين فى الرياضيات أن يكون مفهومًا لدينا أنَّ أى تراث يستلزم مقدَّمًا وجود طريقة تحليل منظّمة ووسيلة سهلة لعمل الحسابات العددية ، وبالتالى فإنَّ العلوم الحديثة ماكان لها أن تزدهر بدون النظام العربى فى الحساب وبدون علم الجبر . إن استعمال الأرقام العربية ـ ولاسيما الصفر ـ جعل من الممكن حل المعادلات الطويلة المعقَّدة ، وعلى ذلك فإنَّ الفضل يرجع لعلماء المسلمين فى الرياضيات فى التمكين للتطور المترامى للعلم الحديث .

انهيار نفوذ المسلمين

إنَّ منجزات الحضارة الإسلامية فى وقت كانت فيه معظم بلاد أوروبا ترزح تحت ظروف سيئة من فكر مظلم وتعصُّب دينى وقسوة فى العادات ليبدو لنا غريبًا فى القرن العشرين ، أما العالم الإسلامى اليوم فإنّه لايزال متخلِّفًا عن العالم الغربى بالرغم من إنَّ أحوال المسلمين اليوم من حيث الدين والجنس والوضع الجغرافى واللغة والخلفية التاريخية لاتختلف كثيرًا عن أحوال أسلافهم أيام حكم العباسيين . إنَّ الدولة الإسلامية وحضارتها قد بقيت قوةً غالبة فى العالم الغربى زهاء خمسة قرون ، حتى انَّ هذه الحضارة أنتجت ـ بعد القرن الثالث عشر ـ منجزات عظيمة لقرنين آخرين من الزمان .

وكان من الجائز أن يكون انهيار الدولة أكثر بطءًا لو لم يتزايد التفكك السياسى الذى خلقته الأطماع والصراعات الشخصية ، تلك السِّمة التى كانت سائدة فى تاريخ العصر الوسيط فى العالمين الإسلامى والمسيحى ، وكان غزو المغول* هو

---

* **تعليق** : كان سقوط بغداد ـ مقر الخلافة الإسلامية ـ وتدميرها على يد « هولاكو » عام ٦٥٦ هـ أى ١٢٥٨ م . (المعرِّب)

الضربة القاضية التى أصابت الحضارة الإسلامية فى الصميم ، حين دُمِّرت مُدن وتُحف وبساتين وسُوِّيت بالأرض ، وذبح الآلاف من البشر ، وبعد انحسار موجة الغزو المغولى لم يتمكن المسلمون من استعادة نفوذهم ومجدهم السابق ، كما أنّه لم يكن من الميسور عليهم استرجاع منجزاتهم السالفة .

وما أن اقترب القرن الخامس عشر من نهايته حتى كان المسلمون قد وقعوا تحت سيطرة الأتراك العثمانيين ، ومع أن هؤلاء كانوا قد دخلوا فى الدين الإسلامى إلاّ أنهم كانوا يختلفون عن العرب المسلمين من حيث الجنس والطبع واللغة والخلفية التاريخية ، وقد صار الأتراك العثمانيون حكامًا للشرق الأوسط وللجانب الأكبر من شمال أفريقيا ، وتحوّل المسلمون العرب إلى قوم مُستعمَرين مغلوبين على أمرهم ، وكان الأتراك ينظرون إلى المسلمين العرب نظرة من هم أدنى منهم ، وكان الشعب كله محرومًا من ممارسة كافة أنواع النشاط التى تسهم فى خلق حضارة حقيقية ، كما أن العثمانيين انقطعوا عن التبادلات الثقافية مع العالم الغربى ، ولم يشاركوا فى النهضة الثقافية التى كانت تنمو فى أوروبا حينذاك .

ولم يكن لِيمرَّ من الحواجز الثقافية التى أقامتها الامبراطورية العثمانية حول نفسها إلاّ الأفكار الغربية المتعلقة بشئون القتال ، وخلال أيام النهضة الحاسمة فى القرن الثامن عشر المتَّسم بالازدهار العلمى والنهضة الصناعية كان المسلمون العرب يُجبرون على أداء المهام الوضيعة كقطع الأخشاب وحملِ الماء ، وكانت الظروف السياسية والاقتصادية داخل الامبراطورية العثمانية لاتمكِّن إلا القلَّة من المسلمين العرب من الإفادة من المراكز الثقافية ، ومن ثمَّ كان عدم المبالاة وعدم التشجيع هو الظاهرة الغالبة فى العالم الإسلامى فى تلك الحقبة ، وفى القرن التاسع عشر تمكنت بعض عناصر من الثقافة الغربية من اختراق حواجز الانعزال العثمانى .

ففى القرن التاسع عشر كادت مصر أن تكون مستقلةً تمامًا عن القسطنطينية (استانبول) ، ولكن هذه الحرية لم تدم طويلاً ، ففى عام ١٨٨٠ م بدأت بريطانيا العظمى عصر الاستعمار الغربى للبلاد الإسلامية العربية ، فلم تعرف الغالبية العظمى من المسلمين العرب استقلالاً حقيقياً إلاّ بعد انتهاء الحرب العالمية الثانية ، وحتى فى ذلك الحين كان بعض هذه البلاد لايزال يرزح تحت حكم أجنبى ، فلم تصبح كل من المغرب وتونس مستقلةً إلاّ فى عام ١٩٥٦ م ، وحتى بعد ذلك

التاريخ كان النفوذ الفرنسى العسكرى والاقتصادى لايزال باقيًا .

ومن العسير أن نتوقع لقوم عاشوا تحت حكم أجنبى لفترة تقرب من أربعة قرون من الزمان أن يحرزوا تقدمًا على نفس المستوى الذى حققه العالم الغربى على مدى قرون عديدة ، فالدول الإسلامية العربية حديثة الاستقلال عليها أن تعايش التعقيدات التى خلقتها القيادات الأجنبية غير المرغوب فيها ، فقيام الدولة الصهيونية فى قلب العالم الإسلامى العربى قد خلق توترات لانهاية لها مما أدّى فى النهاية إلى اندلاع الحروب ، وقد استنفد الجانب الأكبر من طاقات المسلمين العرب فى النشاط السياسى بدلاً من استثماره فى ملاحقة التقدُّم الاجتماعى والثقافى .

وتعتبر اللغة العربية رباطًا متينًا يجمع العرب مع بعضهم البعض ، فالعربية هى اللغة الأولى للشعوب التى تعيش فى الرقعة الممتدة من المغرب إلى العراق ، وبالرغم من تباين اللهجات المحلية فإنَّه لايوجد سوى شكل تقليدى واحد للغة ، ومن الميسور فهم اللهجات عند سكان المناطق المختلفة ، فالارتباط الوثيق باللغة العربية يمثل ظاهرة بارزة عند كل المسلمين العرب ، حيث يؤثر فيهم جمال اللغة وحسن إيقاعها أيمّا تأثير .

تحدٍ جديد للفكر الإسلامى المعاصر :

يقول رينيه ماهو (Rene Maheu) المدير العام لمنظمة الأمم المتحدة للتربية والعلوم والثقافة (يونسكو) عند حديثه عن التطوّر الهائل الذى حدث فى التعليم فى الدول الإسلامية أنَّه خلال السنوات العشر الواقعة بين عامى ١٩٥٠ ، ١٩٦٠ قد تطوَّر التعليم تطورًا سريعًا على كافة المستويات فى الدول الإسلامية حيث تضاعف عدد الأطفال المقيَّدين بالمدارس الابتدائية أو كاد ، بينما ارتفع عدد الطلاب المقيَّدين بالمدارس الثانوية إلى ثلاثة أمثال ماكان عليه عددهم فى عام ١٩٥٦ ، فى حين أن عدد الدارسين بالجامعات الرئيسية قد تضاعف[٢] .

وفى خطاب له أمام الجمعية العامة للأمم المتحدة قال رئيس الولايات المتحدة الأمريكية الأسبق دوايت د . أيزنهاور :

« عندما أنظر إلى المستقبل أشاهد بزوغ الدول الإسلامية الحديثة التى ستقدم لهذا القرن منجزات تفوق ما لا ننساه لها مما قدَّمته فى الماضى ، فنحن نتذكر أن

علمى الحساب والجبر فى الغرب يدينان بالكثير لعلماء الرياضيات المسلمين ، وأن كثيرًا من الأسس التى قام عليها علما الطب والفلك فى العالم قد وضعها علماء مسلمون ، وفوق ذلك كله فلنتذكّر أنّ الأديان الثلاثة العظمى فى العالم قد قامت فى الشرق الأدنى . »(٣)

وفيما يختص بحضارة القرن العشرين فإنّ العالم الإسلامى لايزال صغيرًا وليس هناك من سبب يدعونا إلى افتراض أنّ المسلمين قد فقدوا الصفات والخواص التى مكنّت أسلافهم من إنشاء حضارة غنيّة . إنّ على المسلمين أن يركزوا على رفع مستويات التعليم وعلى تعميق إحساسهم بالعدل الاجتماعى ، وهذه المهام الأساسية سوف لاتدع لهم مجالاً كبيرًا لملاحقة الثقافة ، إلاّ أنّ الوفاء بهذه المهام هو فى حد ذاته إسهام فى الثقافة نفسها .

يُمثّل الدين الإسلامى دافعًا نحو التقدُّم ، ففى القرون القليلة الماضية تعرَّض الإسلام لتأثيرات مستنيرة ولحركات إصلاح أخذت فى الاعتبار ضرورة تطوير وتطويع التعاليم القديمة لتناسب العصر الحالى ، وهناك عدد كبير من المفكرين والمخططين والكتّاب المسلمين يتمشّى تأييدهم للتقدُّم باتّباع أفكار الغرب مع ولائهم وإخلاصهم للإسلام ، ويوحى هذا الاعتبار بإمكان إحداث تغيير فى المفاهيم الثقافية عند المسلمين ، والعودة إلى المواصلة الواعية للتعليم وللبحث التطبيقى .

ويبيِّن التاريخ المدوَّن أن عددًا من الحضارات العظيمة قد قام واندثر خلال الخمسة آلاف سنة الماضية ، إلاّ أنّ أيًّا منها مما وصل إلى أوج العظمة لم يستعد قط مجده الغابر ، وقد تشكّل الحضارة الإسلامية خروجاً على هذه القاعدة عندما نعيد فحص إسهاماتها الماضية لكل من الثقافات الشرقية والغربية ، وندرك رغبتها مرة أخرى فى « انتزاع الفجوة » لصالح مختلف شعوب العالم .

توصيات لمزيد من الدراسة

قُصد بالعمل الحالى أن يكون مقتضبًا ، فمن غير الممكن أن نفى بحق مساهمة علماء المسلمين فى الرياضيات فى هذه المعالجة المكثّفة ، فالموضوع ليس موضوعًا متسعًا فحسب ، بل إنّ البحث السليم فى المخطوطات الأصلية المتاحة حاليًا يمثّل مشكلة حقّة للباحث من جهة الوقت والجهد ومواضع تواجد المواد المطلوب

دراستها ، وليست هناك مشكلة فى الترجمة بالنسبة للباحثين حيث إنَّ معظم المخطوطات الموجودة مكتوبة باللغة العربية .

وقد تكون أفضل المصادر لهذه الترجمات وكذا المخطوطات الأصلية* مكتبات المتحف البريطانى والمكتب الهندى وجامعة القاهرة ، فى هذه المؤسسات توجد مؤلفات إسلامية على نطاق واسع يرجع تاريخها إلى القرن السابع للميلاد ، وبالرغم من أنَّ بعضًا منها قد ترجم إلى اللغة الانجليزية إلاّ أنَّه فى الإمكان الوصول إلى المخطوطات الأصلية .

وهناك اقتراحات كثيرة لمزيد من الدراسة فى هذه المؤلفات الإسلامية ، حيث سيجد الباحثون معرفةً غنيّةً بالأفكار تفوق بكثير ماتوحى به الدراسة الحالية وستقدم هذه المعرفة تحديًا كبيرًا بدلالة أمور كتلك التى تتعلق بالطبيعة المتقدمة للتفكير الرياضى فى العصر الذهبى للمسلمين ، وثمَّة مجال عظيم الأهمية مما يبحث فيه المؤلف هو نظرية العدد ، وهو موضوع نرى أنه يصلح كمجال خصب لمزيد من البحث ، وقد تعرَّضت دراستنا الحالية فى الفصل الثانى من الكتاب لبعضٍ من هذه الأفكار ، بيْد أن هناك فيضًا من المعلومات فى مجال نظرية العدد يمكن أن يشكل قاعدة لدراسة هذا الفرع وحده من إسهامات المسلمين فى الرياضيات .

ومن الموضوعات الجديرة بالدراسة المحاولة الناجحة من جانب علماء الرياضيات المسلمين لبيان أن هناك علاقة أكيدة بين مجالى الهندسة والجبر ، حيث كان الجهد الذى بذله علماء المسلمين فى هذا الصَّدد تقدمةً للهندسة التحليلية ، وقد أوردنا بيانًا مقتضبًا عن هذا الموضوع فى الفصل الخامس .

وتمثل العلاقات الوثيقة التى كانت موجودة بين علمى حساب المثلثات والفلك عند المسلمين وتأثيرها على الأعمال اللاحقة لعلماء أوروبا ، تمثِّل هذه جولات مثمرة فى بعض الأفكار الأساسية جدًّا التى أثرت كذلك على قيام العلوم الحديثة

---

* **تعليق** : قد يكون من المفيد لدارسى التراث العربى والإسلامى أن نشير هنا إلى كتاب :

A.J.W. Huisman: "Les Manuscrits Arabes dans le Monde," Leiden, E.J. Brill, 1967.

الذى يحتوى على قوائم المخطوطات العربية وأماكن تواجدها فى العالم . (المعرِّب)

والتكنولوجيا ، فعلى سبيل المثال يدين علم الفلك الحديث بالكثير لأعمال علماء المسلمين فى مجال حساب المثلثات ، كما يدين أيضًا لدراسات المسلمين فى علم الضوء (البصريات) وعمل العدسات .

ثمّة مجالات أخرى يمكن أن يؤدى البحث فيها إلى نتائج مفيدة ، ألا وهى تطبيق المسلمين للرياضيات فى مجالات الفيزياء والطب والكيمياء والصيدلة (الصيدنة) والزراعة ، ويجب أن نقرر أن المسلمين كانوا على وجه العموم قومًا عمليين ويهتمون بتطبيق الأفكار لرفعة حضارتهم ، ولذلك فقد يكون من المناسب أن نقترح أنّ مثل هذه الدراسة قد تعطينا نظرة عميقة عن طبيعة وكيفية تحوُّل النظرية إلى واقع ، وكيف أن التطبيق قد يدفع إلى تعميم الأفكار وبالتالى إلى مزيد من الدراسات النظرية ، وأقل مايُذكر فى هذا الشأن أنّ التفاعل بين النظرية والتطبيق كان يلعب دائمًا دورًا هامًا فى تطوُّر الحضارات وانهيارها . إن مثل هذه الدراسة قد تبيِّن لحضارتنا الحالية أحسن السبل التى يمكن اتباعها لإرساء قواعد التوازن بين هذين الوجهين من أوجه النشاط الإنسانى ومحاولاته .

Notes الملاحظات :

1. George Sarton, *Six Wings: Men of Science in the Renaissance* (Bloomington, Indiana University Press, 1957), pp.3-4.
2. Rene Maheu, 'The Development of Education in the Arab Countries,' *UNESCO Chronicle*, VI, No.4 (April 1960), 137.
3. President Dwight D. Eisenhower, 'Address to the United Nations General Assembly, '*Arab World, V, Nos.* 1-2 (January-February, 1959), 2.

مراجـــع

BIBLIOGRAPHY

A- Books

(أ) كتـــب

كتـــب عربيـــة :

- ابن الأثير ، أبو الحسن على بن محمد المعروف بابن الأثير : « الكامل فى التاريخ » ، إدارة الطباعة المنيرية بمصر ، القاهرة عام ١٩٢٩ م ، المجلد الثانى .
- ابن النديم : « الفهرست لابن النديم » ، الحاج مصطفى محمد ، القاهرة عام ١٨٠٠ م .
- البخارى ، الإمام أبو عبد الله محمد بن اسماعيل : « التاريخ الكبير » ، حيدر آباد الدّكن بالهند ، دائرة المعارف العثمانية ، عام ١٩٤٢ م ، المجلد الأول ، الجزء الأول .
- البصيرى ، محمد مهدى : « الموشّح فى الأندلس وفى الشرق » ، مطبعة المعارف ، بغداد عام ١٩٤٨ م .
- الحرّانى ، أبو عبد الله محمد بن سنان بن جابر : «كتاب الزيج الصابئ» ، طبع بمدينة رومية العظمى عام ١٨٩٩ م .
- الدهان ، سعيد ناصر : « القرآن والعلوم »،مطبعة النعمان ، كربلاء عام ١٩٦٥ م .
- زريق ، قسطنطين : « فى معركة الحضارة »،دار العلم للملايين ، بيروت عام ١٩٦٣ م .
- سيد ، أمير على : « مختصر تاريخ العرب » ، دار العلم للملايين ، بيروت عام ١٩٦١ م .
- الشطّى ، أحمد شوكت : « مجموعة أبحاث فى الحضارة العربية الإسلامية » ، مطبعة جامعة دمشق ، دمشق عام ١٩٦٣ م .
- الشياشى ، محمد مفيد : « العرب والحضارة الأوربية » ، مطابع دار القلم ، القاهرة عام ١٩٧١ م .
- صفوت ، أحمد زكى : « جمهرة رسائل العرب فى عصور العربية الزاهرة » ، شركة

مكتبة ومطبعة مصطفى البابى الحلبى وولده بمصر ، القاهرة عام ١٩٣٧ م .

- الصوفى ، خالد : « تاريخ العرب فى أسبانيا » ، المطبعة التعاونية ، دمشق عام ١٩٥٩ م .

- الصوفى ، خالد : « تاريخ العرب فى أسبانيا ـ نهاية الخلافة الأموية فى الأندلس » ، مكتبة دار الشرق ، حلب عام ١٩٦٣ م .

- الطويل ، توفيق : « العرب والعلم » ، مكتبة النهضة المصرية ، القاهرة عام ١٩٦٨ م .

- عاقل ، نبيه : « تاريخ العرب القديم » ، مطبعة جامعة دمشق ، عام ١٩٦٨ م .

- العزّاوى ، عباس : « تاريخ علم الفلك فى العراق » ، مطبوعات المجمع العلمى العراقى ، بغداد عام ١٩٥٨ م ـ ١٣٧٨ هـ .

- عنان ، محمد عبد الله : « مواقف حاسمة فى تاريخ الإسلام » ، مؤسسة الخانجى ، القاهرة عام ١٩٦٢ م .

- الفارسى ، كمال الدين أبو الحسن : «كتاب تنقيح المناظر» ، حيدر آباد الدّكن بالهند ، مطبعة دائرة المعارف العثمانية ، عام ١٩٢٨ م ، الجزء الثانى .

- قامر ، يوحنا : « فلاسفة العرب » ، المكتبة الشرقية ، بيروت عام ١٩٥٧ م .

- كريج ، م .أ . : « الهندسة التحليلية » ، مطبعة المعارف ومكتبتها بمصر ، القاهرة عام ١٩٢٨ م ، المجلد الأول .

- الكعك ، عثمان : « الحضارة العربية فى حوض البحر الأبيض » ، جامعة الدول العربية ، القاهرة عام ١٩٦٥ م .

- مشرّفة ، على مصطفى ومحمد مرسى أحمد : «كتاب الجبر والمقابلة لمحمد بن موسى الخوارزمى » ، دار الكاتب العربى للطباعة والنشر ، القاهرة عام ١٩٦٨ م .

- مظهر ، اسماعيل : « تاريخ الفكر العربى : فى نشوئه وتطويره بالترجمة والنقل عن الحضارة اليونانية » ، دار العصور للطبع والنشر بمصر ، القاهرة عام ١٩٢٨ م .

- نظيف ، مصطفى بك : « الحسن بن الهيثم : بحوثه وكشوفه » ، مطبعة الاعتماد بمصر ، القاهرة عام ١٩٤٢ م ، الجزء الأول .

كتب أجنبية

Al-Biruni,Abul Rihan Mohammed ibn Ahmen, *Tahdid al-Amakin* (Beirut, The American University Press, 1966) (trans. Jamil Ali)

Al-Hilali, Taki Ed Din, *Die Einleitung zu al-Birunis Steinbuch* (Leipzig, Otto Harrassowitz, 1941)

Alker, Hayward R., Jr., *Mathematics and Politics* (New York, The Macmilian Company, 1968)

Arabian American Oil Company, *Aramco Handbook: Oil and the Middle East* (Netherlands, Joh. Enschede en Zonen-Haarlem, 1968)

Arnold, Thomas, Sir, and Guillaume, Alfred, *The Legacy of Islam* (London, Lowe and Brydone, 1949)

Atiyah, Edward S., *The Arabs: The Origins, Present Conditions, and Prospects of the Arab World* (Edinburgh, R. and R. Clark, 1958)

Atiyah, George N., *Al-Kindi: The Philosopher of the Arabs* (Karachi, Al-Karimi Press, 1966)

Baamann, Johannes, *Ibn al-Haitham's Abhandlung uber das Licht* (Leipzig, Halle Als., 1882)

Ball, W. W. Rouse, *A Primer of the History of Mathematics* (London, Macmillan and Company, 1927)

A Short Account of the History of Mathematics (New York, Dover Publications, 1960)

Banks, J. Houston, *Elements of Mathematics* (Boston, Allyn and Bacon, 1969)

Baumgart, John R., 'History of Algebra,' *Historical Topics for the Mathematics Classroom*, Thirty-First Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (Washington, D.C., National Council of Teachers of Mathematics, 1969)

Bell, E. T., *Men of Mathematics* (New York, Simon and Schuster, 1937)

The Development of Mathematics (New York, McGraw-Hill Book Company, 1940)

Berge, Marc, *Risala Abi Hayyan Fi L'Ulum: D'Abu Hayyan al-Tawhidi* (Paris, Extrait du Bulletin d'Etudes Orientales de L'Institut Francais De Damas, Tome XVIII, 1963-4)

Bernal, John Desmond, *Science in History* (London, C.A. Watts and Company, 1957)

Boas, Marie, *History of Science* (Washington, D.C., The American Historical Association, 1958)

Bochner, Solomon, *The Role of Mathematics in the Rise of Science* (Princeton, New Jersey, Princeton University Press, 1966)

Boyer, Carl B., *A History of Mathematics* (New York, John Wiley and Sons, 1968)

Boyer, Lee Emerson, *Mathematics: A Historical Development* (New York, Henry Holt and Company, 1949)

Briffault, Robert, *Rational Evolution* (New York, The Macmillan Company, 1930)

The Making of Humanity (New York, The Macmillan Company, 1930)

Brockelmann, Carl, *History of the Islamic Peoples* (Cornwall, New York, The Cornwall Press, 1947)

Bush, George, Rev., *Life of Mohammed: Founder of the Religion of Islam and the Empire* (Niagara, Henry Chapman, 1831)

Byng, Edward J., *The World of the Arabs* (Boston, Little, Borwn and Company, 1944)

Cajori, Florian, *A History of Elementary Mathematics* (New York, The Macmillan Company, 1917)

A History of Mathematical Notations (La Salle, Illinois, The Open Court Publishing Company, 1928)

A History of Mathematics (London, Macmillan and Company, 1925)

Cantor, Norman F., *Medieval History: The Life and Death of a Civilization* (New York, The Macmillan Company, 1963)

Carmichael, Joel, *The Shaping of the Arabs: A Study in Ethnic Identity* (London, Collier Macmillan, 1967)

Conant, Levi Leonard, *The Number Concept* (New York, Macmillan and Company, 1923)

Crichton, Andrew, *The History of Arabia: Ancient and Modern* (New York, Harper and Brothers, 1937), Vol.I

Crombie, A. C., *Augustine to Galileo: The History of Science* 400-1650 (London, The Falcon Press, 1952)

Dampier, Sir William Cecil, *History of Science* (New York, The Macmillan Company, 1942)

A Shorter History of Science (New York, The Macmillan Company, 1945)

Dantzig, Robias, *Number, The Language of Science* (Garden City, New York, Doubleday and Company, 1956)

Datta, Bibhutibhusan, and Singh, Avadhesh Narayan, *History of Hindu Mathematics* (Lahore, Motilal Banarsi Das, 1935), Part I

Davis, William Stearns, *A Short History of the Near East: From the Founding of Constantinople* (New York, The Macmillan Company, 1922)

De Vaux, Carra, 'Astronomy and Mathematics,' *The Legacy of Islam* (London, Oxford University Press, 1931)

Dickson, Leonard Eugene, *History of Numbers* (Washington, D.C., Press of Gibson Brothers, 1919), Vol.I

Dood, James B., *Arithmetic* (New York, Pratt, Oakley and Company, 1857)

Eves, Howard, *A Survey of Geometry* (Boston, Allyn and Bacon, 1963), Vol.I

An Introduction to the Foundations and Fundamental Concepts of Mathematics (New York, Rinehart and Company, 1958)

An Introduction to the History of Mathematics (New York, Holt, Rinehart and Winston, 1969)

Farrington, Benjamin, *Science in Antiquity* (London, Oxford University Press, 1947)

Fehr, Howard Franklin, *A Study of the Number Concept of Secondary School Mathematics* (Ann Arbor, Michigan, Edwards Brothers, 1945)

Feuer, Lewis Samuel, *The Scientific Intellectual: The Psychological and Sociological Origins of Modern Science* (New York, Basic Books, 1963)

Fine, Henry B., *Number-System of Algebra* (New York, D.C. Heath and Company, 1890)

Fink, Karl, *A Brief History of Mathematics* (Chicago, The Open Court Publishing Company, 1900)

Fisher, Sydney N., *The Middle East* (New York, Alfred A. Knopf, 1969)

Freebury, H.A.,*A History of Mathematics* (New York, The Macmillan Company, 1961)

A History of Mathematics: For Secondary Schools (London, Cassell and Company, 1958)

Gabrieli, Francesco, *The Arabs: A Compact History* (New York, Hawthorn Books, 1963)

Gallagher, Charles F., *A Note on the Arab World* (New York, American Universiry Field Staff, 1961)

Gandz, Solomon, 'A Few Notes on Egyptian and Babylonian Mathematics,' *Studies and Essays in the History of Science and Learning: Offered in Homage to George Sarton on the Occasion of his Sixtieth Birthday* (New York, Henry Schumann, 1944)

The Geometry of Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (Berlin, Verlag Von Julius Springer, 1932)

Gibb, Hamilton Alexander Rosskeen, *An Interpretation of Islamic History* (Lahore, M. Ashraf Darr for Orientatia Publishers, 1957)

Studies on the Civilization of Islam (Boston, Beacon Books on World Affairs, 1962)

and Bowen, Harold, *Islamic Society and the West* (London, Oxford University Press, 1950), Vol.I,Part I

and Bowen, Harold, *Islamic Society and the West* (London, Oxford University Press, 1957), Vol.I,Part II

Glubb, John Bagot, *The Course of Empire: The Arabs and Their Successors* (London, St. Paul's House, 1965)

The Life and Times of Mohammed (New York, Stein and Day Publishers, 1970)

Glubb, Sir John Bagot, *The Great Arab Conquests* (Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1964)

Goodwin, Wilson, and Vanatta, Glen D., *Geometry* (Columbus, Ohio, Charles E.Merrill Books, 1964)

Gregory, Olinthus, *Mathematics for Practical Men* (Philadelphia, T.K. and P.G. Collins, 1838)

Guillaume, Alfred, *Islam* (Edinburgh, Britain, R. and R. Clark, 1954)

Hamady, Sania, *Temperament and Character of the Arabs* (New York, Twayne Publishers, 1960)

Harvey-Gibson, R. J., *Two Thousand Years of Science* (New York, The Millzn Company, 1929)

Hassan, Hassan Ibrahim, *Islam: A Religious, Political, Social, and Economic Study* (Baghdad, Iraq, The Times Printing and Publishing Company, 1967)

Hassler, Josper O., and Smith, Rolland R., *The Teaching of Secondary Mathematics* (New York, The Macmillan Company, 1935)

Heath, Sir Thomas, *A History of Greek Mathematics* (London, Oxford University Press, 1921), Vol.I

A History of Greek Mathematics (London, Oxford University Press, 1921), Vol.II

The Thirteen Books of Euclid's Elements (New York, Dover Publications, 1956), Vol.I

Hell, Joseph, *The Arab Civilization* (London, W. Heffer and Sons, 1943)

Historical Section of the Foreign Office, *Mohammedan History: The Rise of Islam and the Pan Islamic Movement* (London, H.M. Stationery Office, 1920), Vol.X

Hitti, Philip K., *History of the Arabs: From the Earliest Time to the Present* (London, Macmillan and Company, 1964)

Makers of Arab History (New York, Harper and Row Publisher, 1968)

The Arabs: A Short History (London, Macmillan and Company, 1948)

The Near East in History-A 5000-Year Story (New York, D. Van Nostrand Company, 1960)

Hocker, Sidney G., Barnes, Wilfrid W., and Long, Calvin T., *Fundamental Concepts of Arithmetic* (Englewood Cliffs, New Jersey, Prentice-Hall, 1963)

Hogben, Lancelot, *Mathematics for the Millions* (New York, W. W. Norton and Company, 1946)

Holt, R. M., Lambton, Ann K.S., and Lewis, Bernard (eds.), *History of Islam* (London, Cambridge University Press, 1970), Vol.I

Hooper, Alfred, *Makers of Mathematics* (New York, Random House, 1948)

The River Mathematics (New York, Henry Holt and Company, 1945)

Hottinger, Arnold, *The Arabs: Their History, Culture, and Place in the Modern World* (Berkeley and Los Angeles, University of California Press, 1963)

Howe, George, *Mathematics for the Practical man* (New York, D. Van Nostrand Company, 1957)

Hutton, Charles, *A Course of Mathematics* (Glasgow, Richard Griffin and Company, 1833)

Ibn Khaldun al-Hadrami, Abd-ar-Rahman ibn Muhammad, *The*

Muquaddemah's ibn Khaldun (New York, Bollingen Foundation, 1958), Vol.I

Jurji, Edward J., *The Arab Heritage* (New Jersey, Princeton University Press at Princeton, 1944)

Karpinski, Louis Charles (trans.) *Robert of Chester's Latin Translation of Algebra of al-Khwarizmi* (London, Macmillan and Company, 1915)

Karpinski, Louis Charles, and Winter, John Garrett, *Contributions to the History of Science* (Ann Arbor, University of Michigan, 1930)

Kasir, Daoud S., *The Algebra of Omar Khayyam* (New York, J.J. Little and Ives Company, 1931)

Kasner, Edward, and Newman, James, *Mathematics and the Imagination* (New York, American Book-Stanford Press, 1945)

Kelly, H. L., *Astronomy for Every Man* (London, J.M. Dent and Sons, 1953)

Kennedy, Edward S., 'The History of Trigonometry,' *Historical Topics for the Mathematics Classroom*, Thirty-First Yearbook, National Council of Teachers of Mathematics (Washington, D.C., National Council of Teachers of Mathematics, 1969)

Khadduri, Majid, *The Law of War and Peace in Islam* (London, Luzac and Company, 1941)

Khan, Mohammad Abdur-Rahman, *A Brief Survey of Moslem Contribution to Science and Culture* (Lahore, Sh. Umar Daraz at the Imperial Printing Works, 1946)

Kline, Morris, *Mathematics and the Physical World* (New York, Thomas Y. Crowell Company, 1959)

Kokomoor, Franklin W., *Mathematics in Human Affairs* (New York, Prentice-Hall, 1946)

Kramer, Edna E., *The Main Stream of Mathematics* (New York, Oxford University Press, 1951)

The Nature and Growth of Modern Mathematics (New York, Hawthorn Books, 1970)

Landau, Rom, *Arab Contribution to Civilization* (San Francisco, The American Academy of Asian Studies, 1958)

Islam and the Arabs (New York, The Macmillan Company, 1959)

The Arab Heritage of Western Civilization (New York, Arab Information Center, 1962)

Lenczowski, George, *The Middle East in World Affairs* (Ithaca, New York, Cornell University Press, 1956)

Levey, Martin, *The Algebra of Abu Kamil* (The University of Wisconsin Press, 1966)

Lewis, Bernard, *The Arabs in History* (New York, Hutchinson's University Library, 1950)

Lindquist, Theodore, *Modern Arithmetic Methods and Problems* (Chicago, Scott, Foresman, and Company, 1917)

Linton, Ralph, *The Tree of Culture* (New York, Alfred A. Knopf, 1955)

Logsdon, Mayme I., *A Mathematician Explains* (Chicago, The University of Chicago Press, 1935)

Mahdi, Muhsin, *Ibn Khaldun's Philosophy of History: A Study in the Philosophic Foundation of the Science of Culture* (Chicago, The University of Chicago Press, 1964)

Marks, Robert W., *The Growth of Mathematics from Counting to Calculus* (New York, Bantam Books, 1964)

Marmery, J. Willin, *Progress of Science* (London, Chapman and Hall, 1895)

Marriman, Gaylord M., *To Discover Mathematics* (New York, John Wiley and Sons, 1942)

Mason, Stephen F., *A History of the Sciences* (New York, Collier Books, 1962)

McMahon, James, *Elementary Plane Geometry* (New York, American Book Company, 1903)

Mckenzie, A. E. E., *The Major Achievements of Science* (London, Cambridge University Press, 1960)

Meakin, Budgett, *Moorish Empire: A Historical Epitome* (London, Swan Sonnenschein and Company, 1899)

Merrick, Donald, *Mathematics for Liberal Arts Students* (Boston, Princle, Weber and Schmidt, 1970)

Midonick, Henrietta O. (ed.), *The Treasure of Mathematics* (New York, Philosophical Library, 1965)

Miller, George A., *Historical Introduction to Mathematical Literature* (New York, The Macmillan Company, 1916)

Morgan, Kenneth W., *Islam-The Straight Path* (New York, The Ronald Press Company, 1958)

Muir, Jane, *Of Men and Number: The Story of the Great Mathematicians* (New York, Dodd, Mead and Company, 1961)

Nasr, Seyyed Hossein, *Science and Civilization in Islam* (Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1968)

Neugebauer, O., *The Exact Sciences in Antiquity* (Providence, Rhode Island, Brown University Press, 1957)

O'Leary, DeLacy Evans, *How Greek Science Passed to the Arabs* (London, Routledge and Kegan Paul, 1951)

Ore, Oystein, *Number Theory and Its History* (New York, McGraw-Hill Book Company, 1948)

Pledge, H. T., *Science since 1500: A Short History of Mathematics, Physics, Chemistry, and Biology* (New York, Philosophical Library, 1947)

Poole, Lane, *The Story of the Moors in Spain* (London, G.P. Putnam's Sons, 1902)

Rahman, Fazlur, *Islam* (New York, Holt, Rinehart, and Winston, 1966)

Rangrut, *The Ideologies in Conflict* (Karachi, Central Printing Press, 1964)

Reeve, William David, *Mathematics for the Secondary School* (New York, Henry Holt and Company, 1954)

'The Teaching of Geometry,' *The National Council of Teachers of Mathematics*, Fifth Yearbook (New York, Teachers College, Columbia University, 1930)

Robbins, Edward Rutledge, *Plane Geometry* (New York, American Book Company,1906)

'The Role of Mathematics in Civilization,' *The Place of Mathematics in Secondary Education*, Fifteenth Yearbook of the National Council of Teachers of Mathematics (New York, Bureau of Publication of Teachers College, Columbia University, 1940)

Rosenthal, Franz (trans.), *The Muqaddimah ibn Khaldun: Autobiography* (New York, Bollingen Foundation, 1958), Vol. III

Sachau, C. Edward, *Chronologie Orientalischer Volker, von al-Beruni* (Leipzig, In Commission bei F. A. Brockhaus, 1878)

Saffauri, Mohammed, and Ifram, Adnan (trans.), *Al-Biruni on Transits* (Beirut, American University of Beirut Press, 1959)

Said, Hakim Mohammad, *Ibn al-Haitham Was a Bridge Between Ancient and Modern Science* (Karachi, Pakistan, The Hamdard Academy Press, 1969)

Sanford, Vera, *A Short History of Mathematics* (New York, Houghton Mifflin Company, 1930)

Sarton, George, *A Guide to the History of Science* (Waltham, Mass., The Chronicle Botanica Company, 1952)

A History of Science (Cambridge, Mass., Harvard University Press, 1952), Vol.I

Ancient Science and Modern Civilization (Lincoln, Nebraska, University of Nebraska Press, 1954)

Introduction to the History of Science: From Homer to Omar Khayyam (Baltimore, The Williams and Wilkins Company, 1953) Vol.I

Introduction to the History of Science: From Rabbi Ben Ezra to Roger Bacon (Baltimore, The Williams and Wilkins Company, 1953), Vol.II, Part I

Introduction to the History of Science (Baltimore, The Williams and Wilkins Company, 1931), Vol.II, Part II

Introduction to the History of Science (Baltimore, The Williams and Wilkins Company, 1948), Vol.III,Part II

Six Wings: Men of Science in the Renaissance (Bloomington, Indiana University Press, 1957)

The Appreciation of Ancient and Medieval Science During the Renaissance: 1450-1600 (Philadelphia, University of Pennsylvania Press, 1955)

Sarton, George, *The Incubation of Western Culture in the Middle East* (Washington, D.C., The Library of Congress, 1951)

The Life of Science: Essays in the History of Civilization (New York, Henry Schumann, 1948)

Saunders, John Joseph, *A History of Medieval Islam* (London, Routledge and Kegan Paul, 1966)

Sayili, Aydin, *'Abd al-Hamid ibn Turk and the Algebra of His Time* (Ankara, Turk Tarih Kurumu Basimenti, 1962)

Scott, J.F., *A History of Mathematics: From Antiquity to the Beginning of the Nineteenth Century* (London, Taylor and Francis, 1969)

Sedgwick, W.T., and Tyler, H. W., *Short History of Science* (New York, The Macmillan Company, 1925)

Shapley, Harlow, Rapport, Samuel, and Wright, Helen (eds.), *The New Treasury of Science* (New York, Harper and Row Publishers, 1963)

Singer, Charles, *A Short History of Scientific Ideas to* 1900 (London, Oxford University Press, 1968)

Smith, David Eugene, *History of Mathematics* (New York, Ginn and Company, 1923), Vol.I

History of Mathematics (New York, Ginn and Company, 1925), Vol.II

Number Story of Long Ago (Washington, D.C., The National Council of Teachers of Mathematics, 1962)

and Karpinski, Louis Charles, *The Hindu-Arabic Numerals* (Boston, Ginn and Company, Publishers, 1911)

Somerville, D. M. Y., *The Elements of Non-Euclidean Geometry* (New York, Dover Publications, 1958)

Struik, Dirk J., *A Concise History of Mathematics* (New York, Dover Publications, 1948), Vol.I

Sullivan, J.W.N., *The History of Mathematics in Europe* (London, Oxford University Press, 1925)

Taton, Rene, *History of Science: Ancient and Medieval Science from the Beginnings to* 1450 (New York, Basic Books, 1963), Vol.I

History of Science: The Beginnings of Modern Science (New York, Basic Books, 1964), Vol.II

Taton, Rene, *History of Science: Science in the Nineteenth Century* (New York, Basic Books, 1965), Vol.III

Thorndike, Lynn, *A Short History of Civilization* (New York, F.S. Crofts and Company, 1930)

Towner, R.H., *The Philosophy of Civilization* (New York, G.P. Putnam and Sons, 1923)

Toynbee, Arnold Joseph, *A Study of History* (London, Oxford University Press, 1960), Vols.I-II

A Study of History (London, Oxford University Press, 1939), Vol.III

Civilization on Trial (New York, Oxford University Press, 1948)

Tritton, A. S., *Islam: Beliefs and Practices* (London, Hutchinson's University Library, 1951)

Van Wagenen, Theodore F., *Beacon Lights of Science* (New York, Thomas Y. Crowell Company, 1924)

Venable, Charles S., *Elements of Geometry* (New York, University Publishing Company, 1875)

Vernoeven, F.R.J., *Islam* (New York, St. Martin's Press, 1962)

Von Grunebaum, Gustave Edmund, *Islam: Essays in the Nature and Growth of a Cultural Tradition* (London, Routledge and Kegan Paul, 1961)

Medieval Islam: A Study in Cultural Orientation (Chicago, The University of Chicago Press, 1947)

Modern Islam: The Search for Cultural Identity (Berkeley and Los Angeles, University of California Press, 1962)

Wilson, Samuel Graham, *Modern Movements Among Moslems* (New York, Fleming H. Revell Company, 1916)

Yeldham, Florence A., *The Story of Reckoning in Middle Ages* (London, George G. Harrap and Company, 1926)

Zwemer, Samuel M., *Islam* (New York, Student Volunteer Movement for Foreign Missions, 1907)

B. Periodicals (ب) دوريات

Abbud, Fuad, 'The Planetary Theory of Ibn al-Shatir: Reduction of the Geometric Models to Numerical Tables,' *Isis*, LIII (December 1962), 492

Archibald, Raymond Clare, 'Hindu, Arabic, and Persian Mathematics-600 to 1200,' *American Mathematics Monthly*, LVI (January 1949), 30

Boyer, C. B., 'Zero: The Symbol, The Concept, The Number,' *National Mathematics Magazine*, XVIII (May 1944), 323-30

Cajori, Florian, 'The Controversy on the Origin of Our Numerals,' *Scientific Monthly*, IX (November 1919), 459-63

'What Great Men Say About Mathematics,' *The Texas Mathematics Teacher's Bulletin*, III (February 1918), 41

Carnahan, Walter H., 'Geometric Solutions of Quadratic Equations,' *School Science and Mathematics*, XLVII (November 1947), 689-90

'History of Algebra,' *School Science and Mathematics*, XLVI (January 1946), 101

Eisenhower, President Dwight D., 'Address to the United Nations General Assembly,' *Arab World* (January/February 1959), 2

Gandz, Solomon, 'Arabic Numerals,' *American Mathematical Monthly*, XXXIII (January 1926), 261

'The Algebra of Inheritance,' *Osiris*, V (March 1938), 324

'The Origin of the Term Algebra,'*American Mathematical Monthly*, XXXIII (May 1926), 437

'The Sources of al-Khwarizmi's Algebra,'*Osiris*, I (21 January 1936), 264

Goldstein, R. L., 'The Arabic Numerals, Numbers, and the Definition of Counting,'*Mathematical Gazette*, XI (May 1956), 129

Jones, Philip S., ' "Large" Roman Numerals,' *The Mathematics Teacher*, XLVII (March 1954), 47

Kennedy, E. S., and Roberts, Victor, 'The Planetary Theory of ibn al-Shatir,'*Isis*, L (September 1959), 233

Khatchadourian, Haig, and Rescher, Nicholas, 'Al-Kindi's Epistle on the Concentric Structure of the Universe,'*Isis*, LVI (Summer 1965), 190-5

Kokomoor, F. W., 'The Status of Mathematics in India and Arabia During the "Dark Ages" of Europe,'*The Mathematics Teacher*, XXIX (January 1936),229

Landau, Rom, 'Arabist on the Cultural Heritage of the Arab World,' *The Arab World* (September-October 1960), 13

Langer, R.E., 'Euclid's Elements, '*School Science and Mathematics*, XXXIV (April 1935), 422-3

Maheu, Rene, 'The Development of Education in the Arab Countries,'*UNESCO Chronicle*, VI (April 1960), 137

Rankin, W. W., 'The Cultural Value of Mathematics, '*The Mathematics Teacher*, XXII (April 1929), 215

Reves, George E., 'Outline of the History of Algebra, '*School Science and Mathematics*, III (January 1952), 63

'Outline of the History of Trigonometry, '*School Science and Mathematics*, LIII (February 1953), 141

Roberts, Victor, 'The Solar and Lunar Theory of ibn al-Shatir, A Pre-Copernican Model, '*Isis*, XLVIII (December 1957), 428

Said, Abdul Salam, 'We Remember that Western Arithmetic and Algebra Owe Much to Arabic Mathematicians, '*Arab World* (February 1959), 5

Sarton, George, 'The New Humanism, '*Isis*, VI (October 1924), 28

Sayili, Aydin, 'Thabit ibn Kurra's Generalization of the Pythagorean Theorem, '*Isis*, LI (March 1960), 35-6

Shahin, Nagula, 'Al-Daw'u al-Mustagtabu wa al-Tswiru al-Mighari al-Mulawwan, '*Gafilh Azzit* (March/April 1972), 7-8

Slaughter, H. E., 'The Evaluation of Numbers-An Historical Drama in Two Acts, '*The Mathematics Teacher*, XXI (October 1928), 307-8

'Zero 123456789, Key to Numbers, '*Aramco World* (November 1961) 14

C. Unpublished Material — (جـ) أعمال غير منشورة

Haden, Marie, 'A History of Our Numerals and Decimal System of Numeration,' Unpublished Master's Thesis, George Peabody College for Teachers, Nashville, Tennessee, 1931

D. Encyclopaedias and Dictionaries — (د) موسوعات ومعاجم

Funk, Isaac, Thomas, Calvin, and Vizetelly, Frank H. (supervisors), 'Algebra,' *New Standard Dictionary of the English Language* (New York, Funk and Wagnalls Company)

Gibb, H. A. R., Kramers, J.H., Levi-Provencal, E., and Schacht, J. (eds.),

'Al-Battani,' *The Encyclopaedia of Islam* (London, Luzac and Company, 1960), Vol.I

James, Glenn, and James, Robert C. (eds.), 'Algebra, '*Mathematics Dictionary* (New York, D. Van Nostrand Company, 1963)

Houtsma, M. Th., Arnold, T. W., Basset, R., and Hartman, R. (eds.), 'Al-Khwarizmi,' *The Encyclopaedia of Islam* (London, Luzac and Company, 1913), Vol.I

Houtsma, M. Th., Wensiock, A. J., Arnold, T. W., Heffening, W., and Levi-Provencal, E. (eds.), *The Encyclopaedia of Islam* (London, Luzac and Company, 1927), Vol. II

Ronart, Stephan, and Ronart, Nandy, 'Al-Karkhi,' *Concise Encyclopaedia of Arabic Civilization: The Arab East* (New York, Frederick A. Praeger, 1960)

The Faculties of the University of Chicago (ed. advisors), 'Trigonometry,' *Encyclopaedia Britannica* (Chicago, Encyclopaedia Britannica, 1969), Vol.22

E. Manuscripts (هـ) مخطوطات

Cambridge, England, University Library, Arabic MSS, 1075, fol. 006.55

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 744, fol. 1b-2a

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 748, fol. 11b-12a

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 748, fol. 35b-36a

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 748, fol. 58b-59a

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 748, fol. 83b

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 749, fol. 16b-17a

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 749, fol. 20b-21a

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 749, fol. 57b-58a

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 750, fol. 41b-42a

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 757, fol. 4b-5a

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 758, fol. 8b-9a

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 759, fol. 45b-46a

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 760, fol. 29b-30a

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 767, fol. 198b-199a

London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 771, fol. 20v-33
London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 771, fol. 33b-34a
London, England, Indian Office Library, Arabic MSS, 772, fol. 17b-18a
Oxford, England, Bodleian Library, Arabic MSS, 119, fol. ff. 49r-54r
Oxford, England, Bodleian Library, Marsh MSS, 489, fol. 145r-166r
Oxford, England, Bodleian Library, Marsh MSS, 640, fol. f. 102
Paris, France, Sorbonne University, Arabic MSS, 2544, fol. Gal, S1.374

فهرس الأعلام

الواردة في المتن وفي التعليق



المحتويات

الصفحة

الصفحة

The Muslim Contribution to Mathematics

Croom Helm Ltd, 2-10 St John's Road, London SW11

British Library Cataloguing in Publication Data
AL-Daffa', Ali Abdullah

The Muslim contribution to mathematics.
1. Mathematics, Islamic-History
1. Title
510'.917'671 QA23
ISBN 0-85664-464-1

First published in the USA 1977 by
Humanities Press, Atlantic Highlands, N.J.

Library of Congress Cataloging in Publication Data
AL-Daffa', Ali Abdullah.

The Muslim contribution to mathematics.
Bibliography: p.103
Includes index.
1. Mathematics, Arabic. I. Title.

QA23.D33 1977 510'.917'4927 77-3521
ISBN 0-391-00714-9

مطابع الشروق

بيروت: ص.ب: ٨٠٦٤ - هاتف: ٣١٥٨٥٩ - ٣١٥١٠١ - برقيا: داشروق - تلكس: SHOROK 20175 LE
القاهرة: ١٦ شارع جواد حسني - هاتف: ٧٥٤٣١٤ - برقيا: شروق - تلكس: 93091 SHROK UN

The Muslim Contribution to Mathematics

ALI ABDULLAH AL-DAFFA'